UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIRIQUÍ

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS

COMISIÓN DE PREINGRESO

GUÍA PARA EL REFORZAMIENTO DE FÍSICA

2020

Tabla de contenido

1. Mediciones

La medición se basa en una serie de procedimientos realizados con la finalidad de determinar el valor de una determinada magnitud física.
Al realizar una medición se realizan comparaciones entre una cantidad desconocida y una cantidad fija o patrón, los patrones se conocen como unidades de medida.

1.1 Sistemas de Unidades de medida

Las unidades de medida se agrupan en sistemas de unidades, en nuestro país se encuentra aprobado el Sistema Internacional de unidades (SI). En el mismo, las magnitudes físicas se clasifican como fundamentales o derivadas. En la siguiente tabla se muestran las siete magnitudes fundamentales del SI:

MAGNITUD	NOMBRE DE LA UNIDAD DE MEDIDA	SÍMBOLO DE LA UNIDAD
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Temperatura	Kelvin	K
Intensidad de corriente eléctrica	Ampere	A
Intensidad luminosa	candela	cd
Cantidad de sustancia	mol	mol

A partir de las magnitudes fundamentales se obtienen las magnitudes derivadas, la siguiente tabla indica algunos ejemplos:

MAGNITUD	RELACIÓN	UNIDAD DE MEDIDA	NOMBRE DE LA UNIDAD DE MEDIDA
Velocidad	Desplazamiento / tiempo	m/s	
Aceleración	Velocidad / tiempo	m/s^2	
Fuerza	Masa x aceleración	$kg\ m/s^2$	Newton (N)
Energía	Fuerza x desplazamiento	N m	Joule (J)
Presión	Fuerza / área	N/m^2	Pascal (Pa)
Potencia	Energía / tiempo	J/s	Watts (W)
Frecuencia de oscilación	1 / tiempo	1/s	Hertz (Hz)

El Sistema Internacional posee algunas convenciones sobre la escritura y uso de las unidades de medida. Entre las más importantes, podemos mencionar las siguientes:

- Las unidades de medidas no se deben abreviar o colocar en plural, ya que, cada una posee un símbolo;
- Solamente las unidades con nombre de científico se deben escribir en mayúsculas;
- Se debe utilizar una coma para separar los números enteros de los decimales;
- No se debe colocar una coma o punto para separar las cantidades de miles o millares, los mismos se deben separar por un espacio cada tres dígitos;
- Las fracciones de la unidad se deben agrupar cada tres dígitos separados por un espacio.

Ejemplo: Escribir de forma correcta las siguientes medidas e indicar el error realizado, según las convenciones del sistema internacional de unidades: (Flores, Moreno, & Rosales, 2005)

Convenciones del SI al expresar una medición			
Medida realizada	**Incorrecto**	**Corrección**	**Error realizado**
Treinta y dos kilogramos con cincuenta y dos centésimas	32.52 kg	32,52 kg	Se debe utilizar coma para separar números enteros de decimales
Cuatro metros y cincuenta centésimas	4,50 mts.	4,50 m	Las unidades de medida no poseen abreviatura
Cien Ampere	100 a	110 A	Las unidades de medida que provienen de nombre de persona se deben escribir con la primera letra en mayúscula
Diez mil Newtons	10000 N	10 000 N	Los miles se deben separar en grupo de tres dígitos
Tres millones de segundos	3,000,000 s	3 000 000 s	Los millares se deben separar en grupo de tres dígitos
veinte y cinco diezmilésimas de kilogramo	0.0025 kg	0,002 5 kg	Se debe utilizar coma para separar enteros de decimales y las fracciones de la unidad se deben separar por un espacio cada tres dígitos

1.2 Conversión de unidades

El Sistema Internacional de unidades (SI), es el sistema aprobado en nuestro país y utilizado por gran parte de la comunidad científica, sin embargo, existen otros sistemas de unidades como el inglés y el cegesimal, por lo cual, se hace necesario conocer algunas las equivalencias entre diferentes unidades de medida. En la siguiente tabla se muestran algunas:

Magnitud física	Equivalencias
Longitud	1 m = 100 cm = 1 000 mm = 3,28 pies = 1,09 yardas = 39,37 pulgadas; 1 kilometro = 1 000 metros; 1 milla = 1 609 m; 1 pies = 30,0 cm = 12 pulgadas; 1 pulgada = 2,54 centímetros.
Masa	1 kg = 1 000 gramos = 35,3 onzas; 1 kg equivales a 2,54 libras.
Volumen	1 m^3 = 1 000 litros = 35,3 $pies^3$ = 219,97 galones; 1 litro = 1 000 cm^3
Tiempo	1 hora = 60 minutos = 3 600 segundos
Fuerza	1 Newton = 10 000 dinas = 0,225 libras

Ejemplo: ¿Cuántas millas hay en 12 000 metros?:

Pasos para seguir:

- Seleccionar la equivalencia a utilizar;
- Crear un factor de conversión adecuado con la equivalencia;
- Multiplicar la medida por el factor de conversión.

En este caso la equivalencia es la siguiente (1 mi = 1 609 m), y el factor de conversión es $\left(\frac{1\ \mathrm{mi}}{1\ 609\ \mathrm{m}}\right)$, por lo cual:

$$12\ 000\ \mathrm{m}\left(\frac{1\ \mathrm{mi}}{1\ 609\ \mathrm{m}}\right) = 7{,}458\ \mathrm{mi}$$

Los 12 000 metros equivalen a 7,458 millas.

Ejemplo: Expresar una rapidez de 140 km/h en m/s:

Pasos para seguir:

- Seleccionar la equivalencia a utilizar;
- Crear un factor de conversión adecuado con la equivalencia;
- Multiplicar la medida por el factor de conversión.

En este caso las equivalencias a utilizar son la siguientes (1 km = 1 000 m) y (1 h = 3 600 s), por lo cual, los factores de conversión son $\left(\frac{1\ 000\ \mathrm{m}}{1\ \mathrm{km}}\right)$ y $\left(\frac{1\ \mathrm{h}}{3\ 600\ \mathrm{s}}\right)$, por lo cual:

$$140\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\left(\frac{1\ 000\ \mathrm{m}}{1\ \mathrm{km}}\right)\left(\frac{1\ \mathrm{h}}{3\ 600\mathrm{s}}\right) = 38{,}9\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}$$

Los 140 km/h equivalen a 38,9 m/s.

Ejemplo: ¿Cuántos cm^2 hay 30,0 m^2?

Pasos para seguir:

- Seleccionar la equivalencia a utilizar;
- Crear un factor de conversión adecuado con la equivalencia;
- Multiplicar la medida por el factor de conversión.

En este caso la equivalencia a utilizar es la siguiente (1 m = 100 cm), por lo cual, el factor de conversión es $\left(\frac{1\ \mathrm{m}}{100\ \mathrm{cm}}\right)$. El mismo, se debe repetir dos veces en la operación matemática para eliminar el cuadrado de la unidad:

$$30{,}0\ \mathrm{m}^2\left(\frac{100\ \mathrm{cm}}{1\ \mathrm{m}}\right)\left(\frac{100\ \mathrm{cm}}{1\ \mathrm{m}}\right) = 300\ 000\ \mathrm{m}^2$$

Los 30,0 equivalen a 300 000 m^2.

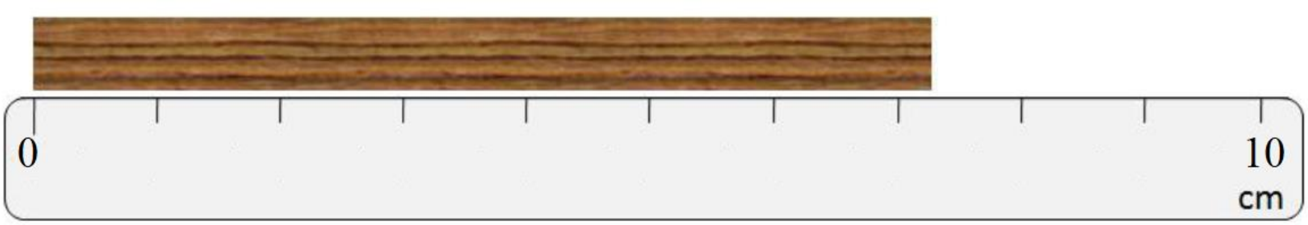
Actividad: Realice las siguientes conversiones:

a) 15 m a yardas	d) 3 galones a litros	g) 40 cm^2 a m^2
b) 100 milla a km	e) 300 m/s a km/h	h) 5 pies^2 a cm^2
c) 0,5 litro a cm^3	f) 12 mi/h a m/s	i) 15 pies^3 a m^2

1.3 Cifras significativas y redondeo:

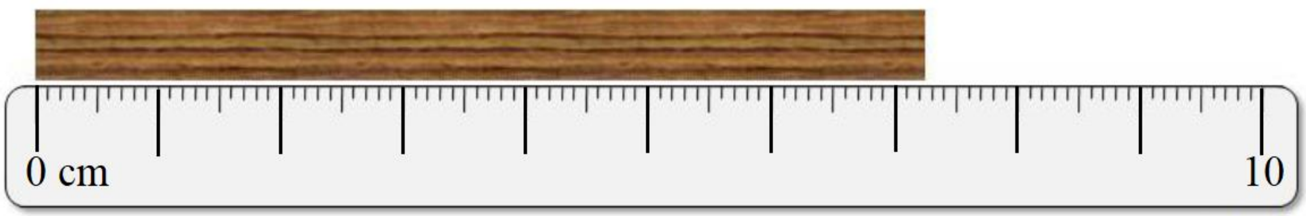
Las cifras significativas son los números que se obtienen al realizar una medición. Los mismos poseen significado físico, están limitados por el instrumento de medición, y se clasifican en ciertas y dudosas.

La siguiente figura ilustra la medición de la longitud de un objeto, con una regla graduada en centímetros:



Medición directa de un objeto realizada con una regla graduada en centímetros. Fuente: (Pérez & Weigandt, 2013)

De la regla se puede leer directamente que la longitud pasa de los 7 cm, sin embargo, el resto de la longitud se debe estimar. Una medida de longitud válida podría ser 7,2 cm, la cual posee 2 cifras significativas, en donde el 7 sería la cifra cierta y el 2 sería la dudosa.
De este ejemplo, podemos concluir que: las cifras significativas *ciertas* son las que se leen directamente del instrumento de medición, y la *dudosa* es la que se estima. Es importante resaltar que en toda medición solo se puede obtener una cifra dudosa.
La cantidad de cifras significativas de una medida depende de la calibración del instrumento de medición, lo cual, se puede analizar con la siguiente figura. En la misma, se ilustra la medición del mismo objeto, pero con una regla calibrada en milímetros:



Medición directa de un objeto realizada con una regla graduada en milímetros. Fuente: (Pérez & Weigandt, 2013)

De la regla se puede leer directamente que la longitud del objeto rebasa los 7 centímetros con 2 milímetros, el resto de la longitud se debe estimar. Una medida válida sería 7,25 cm, la cual posee 3 cifras significativas, en donde el 7 y el 2 serían las cifras ciertas y el 5 sería la dudosa.

Es importante resaltar el caso de medidas que posean el número cero, en las mismas el cero no será una cifra significativa si encuentra a la izquierda, ya que solo indicaran la posición de la coma decimal, por ejemplo, la medida 0,045 m, solo posee 2 cifras significativas. *fuente*.

Para expresar una medida con la cantidad de cifras significativa adecuadas, se deben seguir las siguientes reglas de redondeo, las cuales se basan en aproximar un número a otro de menor cantidad de cifras:

- Si el primer número a eliminar es menor que 5, no se altera la última cifra a conservar;
- Si el primer número a eliminar es mayor que 5, se aumenta en una unidad la última cifra a conservar;
- Si el primer número a eliminar es 5, se debe tomar en cuenta los números a la derecha del 5, si existen números diferente de cero después del 5, la última cifra a conservar se debe aumentar en una unidad; si después del 5 no hay números o todos son cero, se debe tomar en cuenta si la última cifra a conservar es par o impar, si es par no se altera y si es impar se aumenta en una unidad.

Ejemplo:

En la siguiente tabla se redondea 3,455 845 kg, a diferente cantidad de cifras significativas:

Cantidad de cifras significativas solicitadas	Medida redondeada (kg)	Regla aplicada
1	3	El primer número a eliminar es 4
2	3,5	El primer número a eliminar es 5 y a su derecha hay números diferente de cero
3	3,46	El primer número a eliminar es 5 y a su derecha hay números diferente de cero
4	3,456	El primer número a eliminar es 8
5	3,455 8	El primer número a eliminar es 4
6	3,455 84	El primer número a eliminar es 5 y a su derecha no hay números diferente de cero

1.3.1 Operaciones matemáticas básicas y cifras significativas

Al realizar operaciones de suma o resta con números producto de mediciones, la precisión en la respuesta no puede ser mayor que la del término menos preciso involucrado en la operación. Por tal razón, las operaciones de suma o resta se deben iniciar con el redondeo las cantidades, de tal manera que todas posean el mismo número de decimales que el número que menos decimales tenga. Posteriormente, se realiza la operación matemática, (Flores, Moreno, & Rosales, 2005)

Ejemplo: Sumar las siguientes masas:

$$\begin{array}{rl} & 21{,}896\ \text{kg} \\ + & 9{,}3\ \text{kg} \\ & \underline{5{,}55\ \text{kg}} \end{array}$$

Antes de realizar la operación matemática se debe identificar el número con menos decimales, en este caso sería el 9,3 kg, el cual posee un solo decimal; seguidamente, todas las otras cantidades se deben redondear a un decimal, para luego realizar la suma:

$$\begin{array}{rl} & 21{,}9\ \text{kg} \\ + & 9{,}3\ \text{kg} \\ & \underline{5{,}6\ \text{kg}} \\ & 36{,}8\ \text{kg} \end{array}$$

La suma de las masas sería 36,8 kg.

Ejemplo: Restar las siguientes longitudes:

$$\begin{array}{r} 16{,}895\ \text{m} \\ \underline{-\ 3{,}30\ \ \ \text{m}} \end{array}$$

Antes de realizar la operación matemática se debe identificar el número con menos decimales, en este caso sería el 3,30 m, el cual posee dos decimales; seguidamente, la otra cantidad se debe redondear a dos decimales, para luego realizar la resta:

$$\begin{array}{r} 16{,}90\ \text{m} \\ \underline{-\ 3{,}30\ \text{m}} \\ 13{,}60\ \text{m} \end{array}$$

El resultado de la resta sería 13,60 m.

Por otro lado, al realizar operaciones de multiplicación, división, potencia o radicación con números producto de mediciones, el resultado debe tener la misma cantidad de cifras significativas que la medida con menor cantidad de cifras significativas. Para estos casos, se debe primero realizar la operación matemática y posteriormente redondear el resultado.

Ejemplo: Multiplicar las siguientes medidas:

$$(4{,}589\ \text{m}) \times (12{,}3\ \text{m}) = ?$$

En este caso se debe iniciar con la realización de la operación matemática, por lo cual:

$$(4{,}589\ \text{m}) \times (12{,}3\ \text{m}) = 56{,}444\ 7\ \text{m}^2$$

Seguidamente, se debe redondear el resultado a la cantidad de cifras significativas adecuadas, al analizar la cantidad de cifras significativas de las medidas iniciales, se obtiene que:

4,589 m (posee 4 cifras significativas);

12,3 m (posee 3 cifras significativas)

Por lo cual, el resultado se debe redondear a 3 cifras significativas, es decir:

$$(4{,}589\ \text{m}) \times (12{,}3\ \text{m}) = 56{,}4\ \text{m}^2$$

Ejemplo: Dividir las siguientes medidas:

$$(40{,}5\ \text{km}) \div (2{,}3\ \text{h}) = ?$$

En este caso se debe iniciar con la realización de la operación matemática, por lo cual:

$$(40{,}5\ \text{km}) \div (2{,}3\ \text{h}) = 17{,}608\ 695\ 65\ \text{km/h}$$

Seguidamente, se debe redondear el resultado a la cantidad de cifras significativas adecuadas, al analizar la cantidad de cifras significativas de las medidas iniciales, se obtiene que:

40,5 m (posee 3 cifras significativas);

2,3 m (posee 2 cifras significativas)

Por lo cual, el resultado se debe redondear a 2 cifras significativas, es decir:

(40,5 km) ÷ (2,3 h) = 18 km/h

De manera similar, se debe proceder con las operaciones de potencia y radicación.

Actividad: Realice las siguientes operaciones matemáticas, aplicando las reglas de cifras significativas y redondeo:

1) Sumar 42,56 kg + 67,764 kg + 55,5 kg

2) Sumar 34,5 N + 0,000 356 N

3) Sumar 300,55 km + 9,899 km + 0,99 km

4) Restar 16,89 V – 1,346 V

5) Restar 10,8 A – 0,988 A

6) Multiplicar 234,9 m/s por 25,9 s^{-1}

7) Multiplicar 10,37 m por 0,745 m

8) Dividir 798 m entre 34 s

9) Elevar al cuadrado 9,055 cm

10) Elevar al cubo 4,578 m

1.4 Notación científica:

La notación científica se utiliza para expresar medidas en términos de una potencia de base 10, posee aplicaciones al expresar medidas muy grandes o pequeñas.

Los números expresado en notación científica poseen el siguiente formato:

$$A \text{ x } 10^n$$

En donde:

- La *A* es número un número entre 1 y 10; (igual o mayor que 1, pero menor que 10)
- El 10^n es una base 10 con exponente *n*.
- El exponente *n* indica la cantidad de veces que se debe correr la coma decimal de un número, para obtener el valor de *A*. Si el exponente *n* es positivo, la coma se ha corrido hacia la izquierda y si es negativo se ha corrido hacia la derecha.

Ejemplo: En la siguiente tabla se han expresado algunas medidas en notación científica:

Notación decimal	Notación científica	Explicación
3,2 m	$3,2\ x10^{0}$ m	El exponente de la base 10 indica la cantidad de espacios que se mueve la coma decimal
6 000 kg	$6,0\ x10^{3}$ kg	El exponente positivo indica que la coma decimal se movió hacia la izquierda
89,4 m	$8,94\ x10^{1}$ m	La coma decimal se ha movido un espacio hacia la izquierda
0,006 89 s	$6,89\ x10^{-3}$ s	El exponente negativo indica que la coma decimal se movió hacia la derecha
$14,6\ x10^{4}$ N	$1,46\ x10^{5}$ N	La coma decimal se ha movido un espacio hacia la izquierda, se debe agregar una unidad positiva al exponente
$0,050\ 0\ x10^{6}$ J	$5,00\ x10^{4}$ J	La coma decimal se ha movido dos espacios hacia la derecha, se debe agregar dos unidades negativas al exponente
$8\ 291\ x10^{5}$ W	$8,291\ x10^{8}$ W	La coma decimal se ha movido tres espacios hacia la izquierda, se debe agregar tres unidades positivas al exponente
$0,000\ 672\ x10^{-6}$ J	$6,72\ x10^{-10}$ J	La coma decimal se ha movido cuatro espacios hacia la derecha, se debe agregar cuatro unidades negativas al exponente

En la siguiente tabla se han transformado algunas medidas de notación científica a notación decimal:

Notación científica	Notación decimal	Explicación
4,45 $x10^{3}$ s	4 450 s	El exponente de la base 10 indica la cantidad de espacios que se mueve la coma decimal

1,6 $x10^6$ m	1 600 000 m	El exponente de la base 10 indica la cantidad de espacios que se mueve la coma decimal
3,777 $x10^{-1}$ J	0,377 7 J	El exponente de la base 10 indica la cantidad de espacios que se mueve la coma decimal
4,00 $x10^2$ kg	400 kg	El exponente de la base 10 indica la cantidad de espacios que se mueve la coma decimal
$2{,}78\ x10^0$ N	2,78	El exponente de la base 10 indica la cantidad de espacios que se mueve la coma decimal
$9\ x10^{-4}$ W	0,000 9	El exponente de la base 10 indica la cantidad de espacios que se mueve la coma decimal
$6{,}30\ x10^{-5}$ A	0,000 063 A	El exponente de la base 10 indica la cantidad de espacios que se mueve la coma decimal
$8{,}999\ 9\ x10^{-6}$ kg	0,000 008 999 9 kg	El exponente de la base 10 indica la cantidad de espacios que se mueve la coma decimal

1.4.1 Operaciones matemáticas con medidas en notación científica:

Al realizar operaciones aritméticas básicas con medidas expresadas en notación científica, se debe tener en cuenta algunas reglas según cada caso. Es importante resaltar, que en estas operaciones también se debe tomar en cuenta las reglas de cifras significativas.

Para la suma o resta:

- Se deben igualar los exponentes de la base 10;
- Seguidamente se realiza la operación de suma o resta de la parte decimal de la notación científica, teniendo en cuenta las reglas de cifras significativas;

- Expresar la respuesta de forma correcta en notación científica.

Ejemplo: Sumar las siguientes medidas:

$$\begin{array}{r} 9{,}3\ \text{x}10^{5}\ \text{cm} \\ \underline{+\ 7{,}857\ \text{x}10^{6}\ \text{cm}} \end{array}$$

Para poder realizar la operación matemática, se deben igualar los exponentes de la base 10, para este caso, igualemos ambas cantidades al exponente 6:

$$\begin{array}{r} 0{,}93\ \text{x}10^{6}\ \text{cm} \\ \underline{+\ 7{,}857\ \text{x}10^{6}\ \text{cm}} \end{array}$$

En el paso anterior, al mover la coma decimal del 9,3 un espacio hacia la izquierda, se le adicionó una unidad positiva al exponente.

Seguidamente, se debe aplicar las reglas de cifras significativas al sumar. Es decir, el 0,93 posee dos decimales y el 7,851 posee 3 decimales, por lo cual, se debe redondear a:

$$\begin{array}{r} 0{,}93\ \text{x}10^{6}\ \text{cm} \\ \underline{+\ 7{,}86\ \text{x}10^{6}\ \text{cm}} \end{array}$$

Como poseen el mismo exponente e igual cantidad de decimales, se procede a realizar la operación matemática:

$$\begin{array}{r} 0{,}93\ \text{x}10^{6}\ \text{cm} \\ \underline{+\ 7{,}86\ \text{x}10^{6}\ \text{cm}} \\ 8{,}79\ \text{x}10^{6}\ \text{cm} \end{array}$$

Al finalizar la operación matemática, se debe verificar que el resultado se encuentre expresado de forma correcta en notación científica. En este problema igualamos los exponentes de la base 10 a 6, sin embargo, se puede verificar que se obtendría el mismo resultado si se hubieran igualado al 5.

Ejemplo: Restar las siguientes medidas:

$$\begin{array}{r} 5{,}6\ \text{x}10^{-5}\ \text{kg} \\ \underline{-\ 3{,}2\ \text{x}10^{-4}\ \text{kg}} \end{array}$$

Para poder realizar la operación matemática, se deben igualar los exponentes de la base 10, para este caso, igualemos ambas cantidades al exponente – 4:

$$\begin{array}{r} 0{,}56\ \text{x}10^{-4}\ \text{kg} \\ \underline{-\ 3{,}2\ \text{x}10^{-4}\ \text{kg}} \end{array}$$

En el paso anterior, al mover la coma decimal del 5,6 un espacio hacia la izquierda, se le adicionó una unidad positiva al exponente.

Seguidamente, se debe aplicar las reglas de cifras significativas al restar. Es decir, el 0,56 posee dos decimales y el 3,2 posee un decimal, por lo cual, se debe redondear a:

$$\begin{array}{r} 0{,}6\ \text{x}10^{-4}\ \text{kg} \\ \underline{-\ 3{,}2\ \text{x}10^{-4}\ \text{kg}} \end{array}$$

Como poseen el mismo exponente e igual cantidad de decimales, se procede a realizar la operación matemática:

$$\begin{array}{r} 0{,}6\ \text{x}10^{-4}\ \text{kg} \\ \underline{-\ 3{,}2\ \text{x}10^{-4}\ \text{kg}} \\ -\ 2{,}6\ \text{x}10^{-4}\ \text{kg} \end{array}$$

Al finalizar la operación matemática, se debe verificar que el resultado se encuentre expresado de forma correcta en notación científica. En este problema igualamos los exponentes de la base 10 a – 4, sin embargo, se puede verificar que se obtendría el mismo resultado si se hubieran igualado al –5.

Para la multiplicación:

- Multiplicar las partes decimales, teniendo en cuenta las reglas de cifras significativas;
- Colocar la base 10 con un exponente obtenido de la suma algebraica de los exponentes de cada medida;
- Expresar la respuesta de forma correcta en notación científica.

Ejemplo: Multiplicar las siguientes medidas:

$$(23{,}2\ \text{x}10^{6}\ \text{cm})\ \text{x}\ (3{,}5\ \text{x}\ 10^{-2}\ \text{cm}) = ?$$

Se deben multiplicar las partes decimales y sumar algebraicamente los exponentes de las bases 10:

$$(23{,}2\ \text{x}10^{6}\ \text{cm})\ \text{x}\ (3{,}5\ \text{x}\ 10^{-2}\ \text{cm}) = (23{,}2\ \text{x}\ 3{,}5)\ \text{x}\ 10^{6+(-2)}\ \text{cm}^2$$

Se obtiene el siguiente resultado:

$$(23{,}2\ \text{x}10^{6}\ \text{cm})\ \text{x}\ (3{,}5\ \text{x}\ 10^{-2}\ \text{cm}) = 81{,}2\ \text{x}\ 10^{6-2}\ \text{cm}^2$$

En la operación anterior el 81,2 se debe redondear a dos cifras significativas:

$$(23{,}2\ \text{x}10^{6}\ \text{cm})\ \text{x}\ (3{,}5\ \text{x}\ 10^{-2}\ \text{cm}) = 81\ \text{x}\ 10^{4}\ \text{cm}^2$$

El resultado de la operación es 81 x 10^4 cm^2, el cual se debe expresar de forma correcta en notación científica, es decir:

$$(23{,}2\ \text{x}10^{6}\ \text{cm})\ \text{x}\ (3{,}5\ \text{x}\ 10^{-2}\ \text{cm}) = 8{,}1\ \text{x}\ 10^{5}\ \text{cm}^2$$

Ejemplo: Multiplicar las siguientes medidas:

$$(9{,}23 \text{ x}10^{-3} \text{ m}) \text{ x } (10{,}8 \text{ x } 10^{-6} \text{ m}) = ?$$

La operación matemática sería la siguiente:

$$(9{,}23 \text{ x}10^{-3} \text{ m}) \text{ x } (10{,}8 \text{ x } 10^{-6} \text{ m}) = (9{,}23 \text{ x } 10{,}8) \text{ x } 10^{(-3)+(-6)} \text{ m}^2$$

$$= 99{,}684 \text{ x } 10^{-3-6} \text{ m}^2$$

$$= 99{,}7 \text{ x } 10^{-9} \text{ m}^2$$

El resultado se redondeó a la cantidad de cifras significativas adecuadas y el exponente de la base 10, se obtuvo de la suma algebraica de los exponentes originales.

<u>Para la división</u>:

- Dividir las partes decimales, teniendo en cuenta las reglas de cifras significativas;
- Colocar la base 10 con un exponente obtenido de la resta algebraica de los exponentes de cada medida;
- Expresar la respuesta de forma correcta en notación científica.

Ejemplo: Dividir las siguientes medidas:

$$\frac{5{,}87 \text{ x}10^{4} \text{ m}}{2{,}4 \text{ x}10^{-3} \text{ m}} = ?$$

Se debe dividir la parte decimal de cada medida, luego colocar una base 10 con un exponente que se obtiene de la resta de los exponentes iniciales, es decir:

$$\frac{5{,}87 \text{ x}10^{4} \text{ m}}{2{,}4 \text{ x}10^{-3} \text{ m}} = \left(\frac{5{,}87}{2{,}4}\right) \text{x}10^{4-(-3)}$$

Al dividir las partes decimales y restar los exponentes se obtiene:

$$\frac{5{,}87 \text{ x}10^{4} \text{ m}}{2{,}4 \text{ x}10^{-3} \text{ m}} = 2{,}445\,833\,333 \text{ x}10^{4+3}$$

El resultado obtenido se debe redondear a dos cifras significativas, por lo cual:

$$\frac{5{,}87 \text{ x}10^{4} \text{ m}}{2{,}4 \text{ x}10^{-3} \text{ m}} = 2{,}4 \text{ x}10^{7}$$

Actividad: Realice las operaciones indicadas:

Pasar de notación decimal a notación científica:	Pasar de notación científica a notación decimal:
a) 234,60 m/s: __________________	a) 2,346 $x10^{5}$ g: __________________
b) 89,5 km: ___________________	b) 5,90 $x10^{-4}$ cm: ___________________
c) 6 783,9 s: __________________	c) 2 $x10^{-4}$ m: __________________
d) 4 000 456 J: __________________	d) 6,6 $x10^{1}$ N: __________________
e) 57 895 cm: __________________	e) 7,386 $x10^{0}$ m/s: __________________
f) 6,87 N: __________________	f) 1,980 $x10^{-4}$ J: __________________
g) 0,000 89 m: __________________	g) 6,36 $x10^{4}$ g: __________________
h) 0,324 kg: __________________	h) 9 $x10^{-3}$ m: __________________
i) 0,000 000 76 g: __________________	i) 2,6 $x10^{-2}$ g: __________________

Actividad: Realice las operaciones indicadas, aplicando las reglas de notación científica, cifras significativas y redondeo:

a) 2,450 $x10^{3}$ m + 4,5 $x10^{4}$ m

b) 3,35 $x10^{-3}$ cm + 5,345 $x10^{0}$ cm

c) 6,055 $x10^{4}$ g – 3,10 $x10^{3}$ g

d) 9,17 $x10^{-4}$ m – 1,777 00 $x10^{-2}$ m

e) (2,00 $x10^{3}$ m) x (4,0 $x10^{-5}$ m)

f) (3,600 $x10^{-6}$ cm) x (6,15 $x10^{-3}$ m)

g) (4,650 475 $x10^{-3}$ m) ÷ (2,00 $x10^{-6}$ m)

h) (7,600 $x10^{-3}$ m) ÷ (3,0 $x10^{-2}$ m)

i) (4 $x10^{3}$ m) ÷ (2,00 $x10^{-4}$ m)

1.5 Valor más probable de un conjunto de medidas:

El resultado de un conjunto de medidas de una misma magnitud física se debe expresar como:

$$(\bar{x} \pm \sigma)$$

En donde, la $\bar{x}$ representa el valor más probable del conjunto de medidas y σ representa una medida de la dispersión de las medidas con respecto al valor más probable.

Si se han realizado *n* mediciones de una misma magnitud con resultados:

$$x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$$

El valor más probable ($\bar{x}$) de estas mediciones está dado por el promedio de las mediciones realizadas:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots + x_n}{n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n}$$

El error de cada medida realizada (d_i), se obtiene mediante el valor absoluto de la diferencia entre cada medida y el valor más probable:

$$d_i = |x_i - \bar{x}|$$

El error absoluto promedio de las medidas ($\bar{e}$), es igual al valor promedio de los errores de cada medida:

$$\bar{e} = \pm \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n}$$

La desviación estándar de las medidas (σ), permite estimar la dispersión del conjunto de medidas con respecto al valor más probable, la misma se puede determinar a través de la siguiente expresión:

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (d_i^2)}{n}}$$

Es importante resaltar que, para conjunto de medidas pequeñas, el denominador de la expresión anterior se utiliza como (n – 1). Por otro lado, a partir de la desviación estándar se obtienen otras cantidades como la desviación típica, o el error relativo, los cuales permiten establecer más ampliamente la dispersión de las medidas.

Ejemplo: En la siguiente tabla se muestra los datos obtenidos al medir la masa en kilogramos de bebes recién nacidos. Determine: a) el valor más probable del conjunto de medidas; b) la desviación estándar.

3,456	3,067
3,498	2,987
3,998	4,005

a) Valor más probable:

$$\bar{x} = \frac{3{,}456 + 3{,}498 + 3{,}998 + 3{,}067 + 2{,}987 + 4{,}005}{6}$$

$$\bar{x} = 3{,}502 \text{ kg}$$

El resultado anterior se ha redondeado en base a las reglas de cifras significativas.

b) Desviación estándar:

Para determinar la desviación estándar, se necesita calcular el error de cada medida con respecto al valor promedio, es decir:

Medida realizada (kg)	Valor más probable ($\bar{x}$) kg	Error de cada medida (di) kg
3,456	3,502	3,456 – 3,502 = – 0,046
3,498		3,498 – 3,502 = – 0,004
3,998		3,998 – 3,502 = 0,496
3,067		3,067 – 3,502 = – 0,435
2,987		2,987 – 3,502 = – 0,515
4,005		4,005 – 3,502 = 0,503

A partir de los datos de la tabla anterior se determina la desviación estándar:

$$\sigma = \pm\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(d_i^2)}{n-1}} = \sqrt{\frac{0{,}046^2 + 0{,}004^2 + 0{,}496^2 + 0{,}435^2 + 0{,}515^2 + 0{,}503^2}{6-1}}$$

De donde se obtiene el valor:

$\sigma = \pm\, 0{,}437$ kg

Con el valor promedio y la desviación estándar se puede obtener un rango de valores, entre los cuales se han realizado las medidas.

Actividad: En la siguiente tabla de datos se muestra la temperatura media mensual de una ciudad. Con los valores de la tabla de datos determine:

a) El valor más probable del conjunto de medidas;

b) La dispersión de cada medida;

c) La desviación estándar del conjunto de medidas.

Mes	Temperatura (ºC)
Enero	28,9
Febrero	30,0
Marzo	29,1
Abril	28,6
Mayo	29,9
Junio	28,5

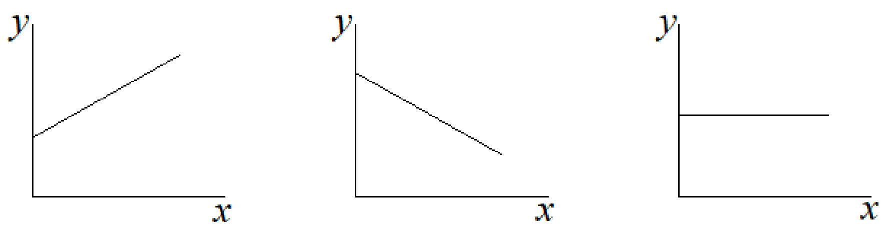
Julio	28,0
Agosto	27,7
Septiembre	28,7
Octubre	30,0
Noviembre	31,4
Diciembre	31,1

2. Gráficas

En el área de ciencias e ingenierías, las tablas de datos y gráficas son ampliamente utilizadas para analizar la relación entre dos o más variables. Existen tres tipos de relaciones básicas entre magnitudes físicas:

2.1 Función lineal:

La representación gráfica en escala lineal, de los datos de un experimento se aproxima a las siguientes formas:



En donde, la *x* es la variable independiente del experimento y la *y* corresponde a la variable dependiente. La relación matemática para este tipo de funciones es:

$$y = mx + b$$

En donde:

- *m* es la pendiente del gráfico, la cual representa la inclinación de la recta con respecto al eje horizontal. Para determinar su valor, se debe seleccionar dos puntos del gráfico y utilizar la siguiente expresión:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_f - y_i}{x_f - x_i}$$

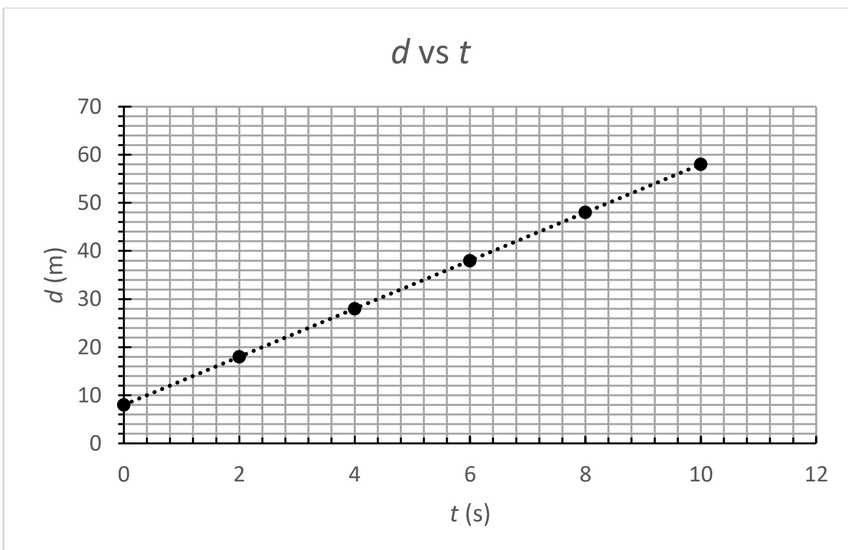
  En donde, (x_i, y_i) y (x_f, y_f), corresponden a las coordenadas cartesianas de un punto inicial P_i y final P_f, cualesquiera del gráfico.

- b es una constante, que representa el intercepto de la recta con el eje vertical, es decir el valor de y cuando $x = 0$. Para el caso de $b = 0$, la función lineal corresponde a una relación de proporcionalidad directa, en el cual las variables aumentan o disminuyen en la misma proporción.

Ejemplo de función lineal: En una experiencia de laboratorio se determinó que la distancia recorrida por un cuerpo (d) a medida que transcurre el tiempo (t), los datos se muestran en la siguiente tabla:

t (s)	0	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0
d (m)	8,0	18,0	28,0	38,0	48,0	58,0

La determinación de la forma del gráfico en escala lineal y su fórmula matemática, permiten conocer la relación entre las variables del experimento:
Al graficar los datos de la tabla en una escala lineal se obtiene:



Como es un gráfico lineal la fórmula que lo describe es $y = mx + b$, al realizar un cambio de variables se obtendría que:

$$d = mt + b$$

En la expresión anterior, se debe determinar el valor de la pendiente m y la constante b. El valor de la pendiente se obtiene seleccionando dos puntos cualesquiera del gráfico, por ejemplo, $P_3(x_3, y_3)$ y $P_5(x_5, y_5)$, cuyas coordenadas se reemplazan en:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_f - y_i}{x_f - x_i} = \frac{58{,}0 \text{ m} - 28{,}0 \text{ m}}{10{,}0 \text{ s} - 4{,}0 \text{ s}} = \frac{30{,}0 \text{ m}}{6{,}0 \text{ s}} = 5{,}0 \text{ m/s}$$

De la gráfica se puede observar que el intercepto con el eje y sería 8,0 m, por lo cual la relación matemática entre las variables del experimento mencionado sería:

$$d = (5{,}0\, ^{\mathrm{m}}/_{s})t + 8{,}0\ \mathrm{m}$$

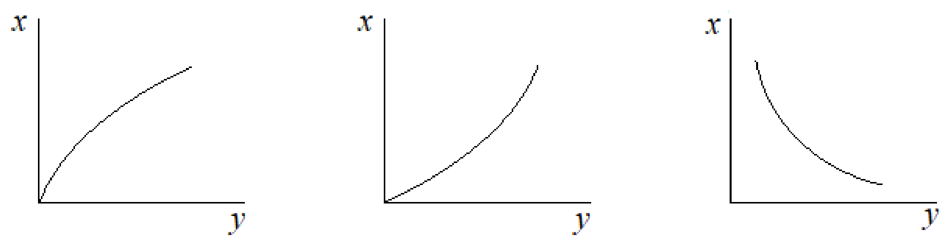
Actividad de Función Lineal: La siguiente tabla de datos muestra los datos de la rapidez de una partícula que se mueve a lo largo de una línea recta:

t (s)	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
v (m/s)	14,0	12,8	11,5	10,6	9,5	8,5	7,3	6,4	5,1	4,0

A partir de los datos de la tabla: (a) Construya la gráfica en escala lineal; (b) Escriba la relación matemática entres estas variables. Fuente: (Wilson, Buffa, & Lou, 2011).

2.2 Función potencial:

La representación gráfica en escala lineal, de los datos de una función potencial se aproxima a las siguientes formas:



En donde, la *x* es la variable independiente del experimento y la *y* corresponde a la variable dependiente. La relación matemática para este tipo de funciones es:

$$y = bx^m$$

En donde:

- *m* es la potencia de la función potencial (exponente). Para determinar su valor, se debe seleccionar dos puntos del gráfico y utilizar la siguiente expresión:

  $$m = \frac{\log y_f - \log y_i}{\log x_f - \log x_i}$$

  En donde, (x_i, y_i) y (x_f, y_f), corresponden a las coordenadas cartesianas de un punto inicial P_i y final P_f, cualesquiera del gráfico.

- *b* es una constante de proporcionalidad entre las variables, la cual se puede determinar como el intercepto de la gráfica con el eje *y* cuando la *x* = 1; otra opción para determinar este valor sería a través del despeje de la función potencial, es decir:

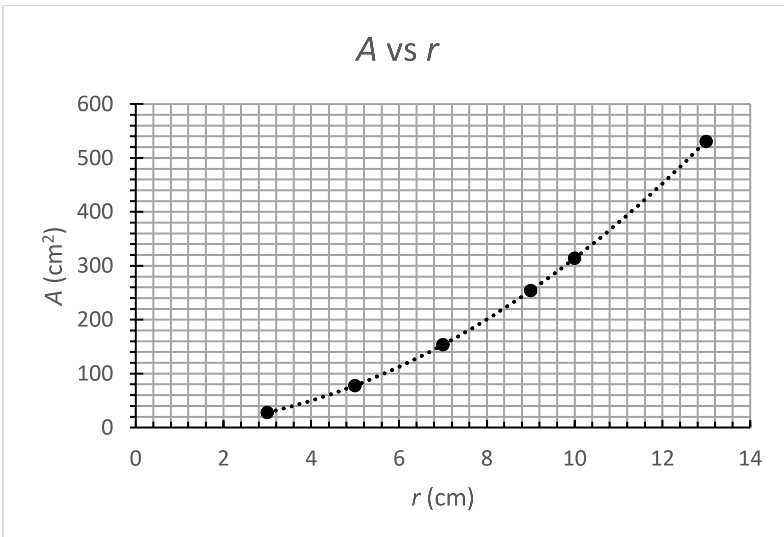
$$b = \frac{y}{x^m}$$

En donde, se debe seleccionar un punto del gráfico para obtener los valores (x, y).

Ejemplo de función potencial: En una experiencia de laboratorio se midió el área (A) de diversos círculos, los cuales poseen diferentes radios (r), la tabla de datos obtenidas fue la siguiente:
Fuente: (Flores, Moreno, & Rosales, 2005)

r (cm)	3,0	5,0	7,0	9,0	10,0	13,0
A (cm^2)	28	78	154	254	314	531

La determinación de la forma del gráfico en escala lineal y su fórmula matemática, permiten conocer la relación entre las variables del experimento:
Al graficar los datos de la tabla en una escala lineal se obtiene:



Como es un gráfico potencial la fórmula que lo describe es $y = bx^m$, al realizar un cambio de variables se obtendría que:

$$A = br^m$$

En la expresión anterior, se debe determinar el valor del exponente m y la constante b. El valor de la pendiente se obtiene seleccionando dos puntos cualesquiera del gráfico, por ejemplo, $P_1(x_1, y_1)$ y $P_4(x_4, y_4)$, cuyas coordenadas se reemplazan en:

$$m = \frac{logy_f - logy_i}{logx_f - logx_i} = \frac{\log 254 - \log 28}{\log 9{,}0 - \log 3{,}0} = 2{,}0$$

Para obtener el valor de la constante b, seleccionamos un punto cualquiera del gráfico, por ejemplo, el tercer punto P_3 (x_3, y_3), y reemplazamos sus valores en:

$$b = \frac{y}{x^m} = \frac{154\text{cm}^2}{(7{,}0\text{ cm})^2} = \frac{154\text{ cm}^2}{49\text{ cm}^2} = 3{,}1$$

Por lo cual, la relación matemática entre las variables es:

$$A = 3{,}1r^2$$

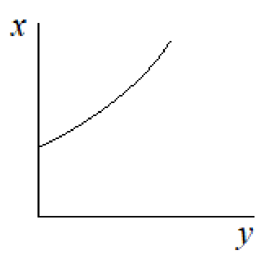
Actividad de función potencial: En la siguiente tabla de datos se muestran los datos obtenidos al estudiar, de forma experimental, la relación entre el período de oscilación (T) de un péndulo simple y su longitud (l).

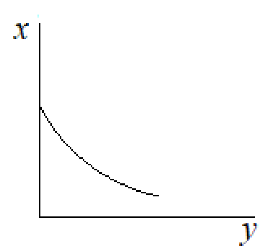
l (m)	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
T (s)	0,65	0,88	1,10	1,26	1,35	1,55	1,67	1,79	1,90

A partir de los datos de la tabla: (a) Construya la gráfica en escala lineal; (b) Escriba la relación matemática entres estas variables.

2.3 Función exponencial:

La representación gráfica de los datos en escala lineal, de una función exponencial se aproxima a las siguientes formas:





En donde, la x es la variable independiente del experimento y la y corresponde a la variable dependiente. La relación matemática para este tipo de funciones es:

$$y = be^{mx}$$

En donde:

- m es una constante. Su valor se determina seleccionando dos puntos del gráfico, los cuales se relacionan con la siguiente expresión:

$$m = \frac{ln\, y_f - ln\, y_i}{x_f - x_i}$$

En donde, (x_i, y_i) y (x_f, y_f), corresponden a las coordenadas cartesianas de un punto inicial P_i y final P_f, cualesquiera del gráfico.

- b es una constante de proporcionalidad entre las variables, la cual se puede determinar como el intercepto de la gráfica con el eje y cuando la x = 0; otra opción para determinar este valor sería a través del despeje de la función potencial, es decir:

$$b = \frac{y}{e^{mx}}$$

En donde, se debe seleccionar un punto cualquiera del gráfico para obtener los valores (x, y).

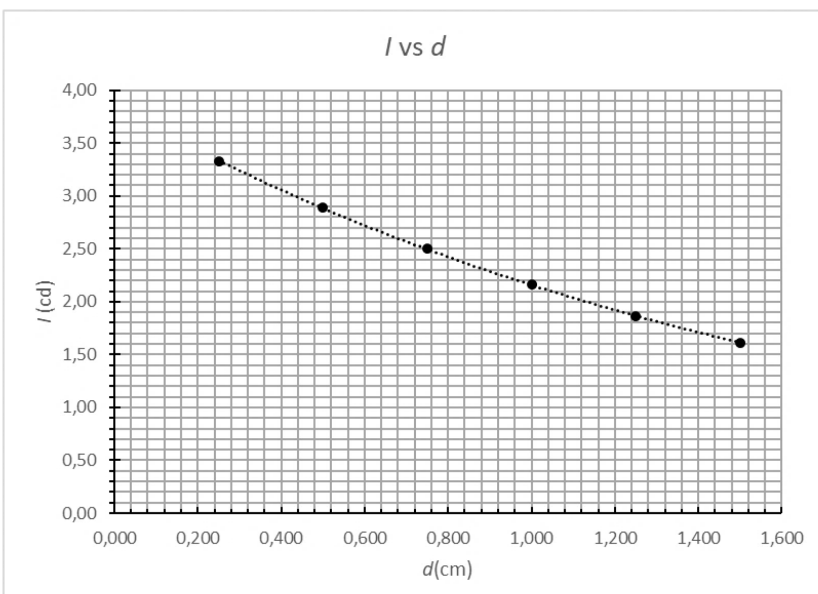
- La e es un número irracional, (base de los logaritmos naturales).

Ejemplo de función exponencial: En la siguiente tabla se muestran los datos obtenidos al medir la atenuación de la intensidad de la luz (I), al pasar por un material cristalino, (d) representa el espesor del material, Fuente: (Wilson, Buffa, & Lou, 2011)

d (mm)	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00	2,25
I (cd)	3,330	2,890	2,500	2,160	1,865	1,613	1,382	1,304	1,143

La determinación de la forma del gráfico en escala lineal y su fórmula matemática, permiten conocer la relación entre las variables del experimento:

Al graficar los datos de la tabla en una escala lineal se obtiene:



Como es un gráfico exponencial la fórmula que lo describe es $y = be^{mx}$, al realizar un cambio de variables se obtendría que:

$$I = be^{md}$$

En la expresión anterior, se debe determinar el valor de las constantes *m* y *b*. El valor de *m* se obtiene seleccionando dos puntos cualesquiera del gráfico, por ejemplo, $P_3(x_3, y_3)$ y $P_7(x_7, y_7)$, cuyas coordenadas se reemplazan en:

$$m = \frac{\ln y_f - \ln y_i}{x_f - x_i} = \frac{\ln 1{,}382 - \ln 2{,}500}{1{,}75\ \text{mm} - 0{,}75\ \text{mm}} = -0{,}59/\text{mm}$$

Para obtener el valor de la constante *b*, seleccionamos un punto cualquiera del gráfico, por ejemplo, el tercer punto P_5 (x_5, y_5), y reemplazamos sus valores en:

$$b = \frac{y}{e^{mx}} = \frac{1{,}865\ \text{cd}}{e^{\left(-\frac{0{,}59}{\text{mm}}\times 1{,}25\ \text{mm}\right)}} = 3{,}89\ \text{cd}$$

Por lo cual, la relación matemática entre las variables es:

$$I = (3{,}89\ \text{cd})e^{(-0{,}50/\text{mm})d}$$

3. Magnitudes escalares y vectoriales:

Una magnitud física es cualquiera propiedad de un cuerpo, fenómeno o sustancia que pueda ser medido, las mismas se clasifican en magnitudes escalares o vectoriales.

3.1 Magnitudes escalares:

Las magnitudes escalares son aquellas que quedan perfectamente definida con sólo indicar su cantidad expresada en números y la unidad de medida. Por ejemplo, al comprar azúcar pedimos 1,0 kg o 5,0 kg; de manera similar, al hablar de la temperatura ambiente nos referimos a 20,0 ºC o 30,0 ºC, según la época del año. Al buscar un terreno para construir una casa, especificamos si se comprarán 200 m^2 o 300 m^2. En los casos anteriores, la masa, temperatura y el área o superficie, son magnitudes escalares, existen otras magnitudes de este tipo, como la longitud, el tiempo, el volumen, la densidad, entre otras, (Pérez Montiel, 2016).

3.2 Magnitudes vectoriales:

Este tipo de magnitudes físicas, además de un valor numérico y unidad de medida, es necesario especificar una dirección y sentido para poder definirlas completamente. Una magnitud física vectorial (vector) está constituida por: un punto de origen, un módulo, dirección y sentido. (Pérez & Weigandt, 2013).

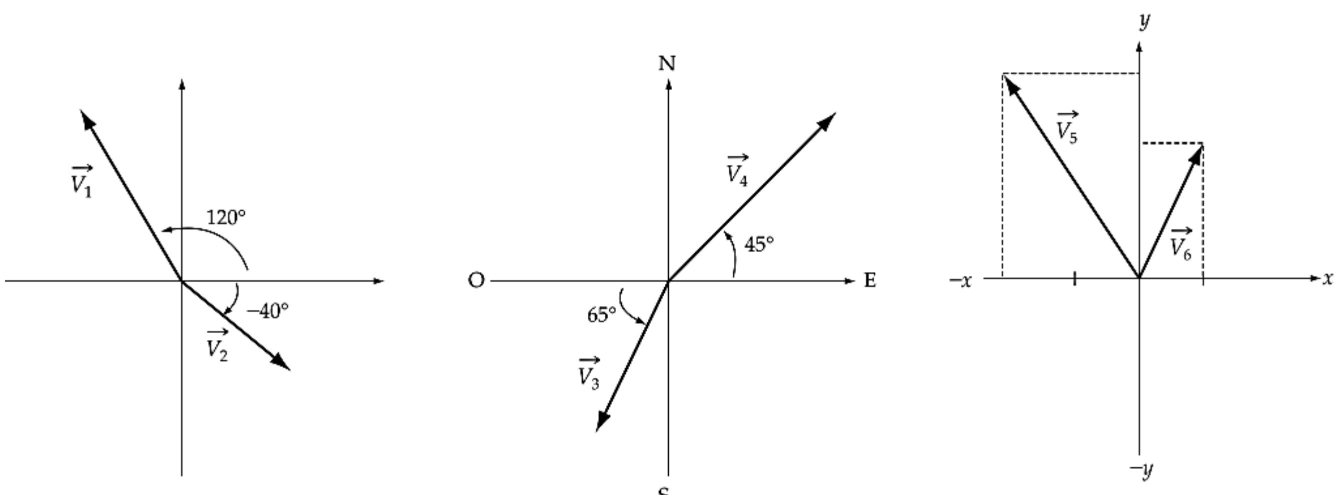
Los diferentes elementos de un vector se representan a través de una flecha:

- Módulo: es el valor numérico de la magnitud física y es representado por la longitud de la flecha;
- Dirección: se representa por el ángulo de inclinación de la flecha;
- Sentido: es indicado por la punta de la flecha.

Por ejemplo, una magnitud física se representaría de la siguiente manera:

$$\vec{D} = 100\ \text{m}, 30^{\text{o}}\ \text{al norte del este}$$

La expresión anterior nos dice que el módulo del vector $\vec{D}$ es 100 m, en cuanto a los 30º, nos indica la dirección del vector y la expresión *al norte del este* se refiere al sentido del vector. En la siguiente figura, se muestra la representación gráfica de algunos vectores en diferentes tipos de coordenadas: (Wilson, Buffa, & Lou, 2011)



a) Coordenadas o polares:
$\vec{V}_1 = 300\ \text{m/s}; 120°$
$\vec{V}_2 = 200\ \text{m/s}; -40°$

b) Coordenadas geográficas:
$\vec{V}_3 = 250\ \text{m/s}; 65°\ \text{SO}$
$\vec{V}_1 = 350\ \text{m/s}; 45° al\ Norte\ del\ Este$

c) Coordenadas o polares:
$\vec{V}_5 = (-200\ \hat{\text{x}} + 300\ \hat{\text{y}})\ \text{m/s}$
$\vec{V}_5 = (100\ \hat{\text{x}} + 200\ \hat{\text{y}})\ \text{m/s}$

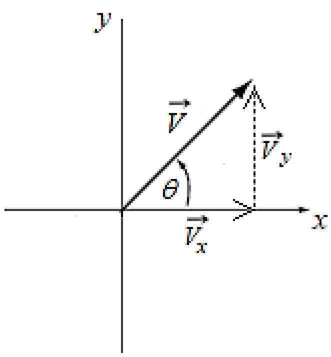
Actividad: Represente los siguientes vectores utilizando un plano coordenado y escala adecuada:

$$\vec{A} = 40{,}0\ \text{m}; 60°\ \text{NE}$$
$$\vec{C} = 60{,}0\ \text{m}; 20°\ \text{NO}$$
$$\vec{D} = 20{,}0\ \text{m}; 50°\ \text{SE}$$
$$\vec{E} = 40{,}0\ \text{m}; 135°$$
$$\vec{A} = 10{,}0\ \text{m}; 290°$$
$$\vec{A} = (3{,}00\ \hat{\text{x}} + 500\ \hat{\text{y}})\ \text{m}$$
$$\vec{A} = (-2{,}50\ \hat{\text{x}} - 4{,}55\ \hat{\text{y}})\ \text{m}$$

3.2.1 Componentes rectangulares de un vector:

Los vectores en un plano se pueden descomponer en dos componentes rectangulares. Si el vector se encuentra ubicado en un plano cartesiano, tendrá una componente horizontal y otra vertical.

Al analizar el vector de la siguiente figura, con ayuda del teorema de Pitágoras y funciones trigonométricas aplicadas a un triángulo rectángulo, determinaremos las componentes rectangulares de un vector:



En la figura anexada, el módulo del vector V y sus componentes rectangulares V_x y V_y, se relacionan a través de:

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2$$

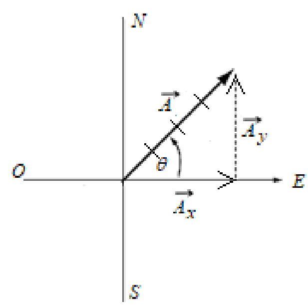
De manera similar, el ángulo θ y las componentes rectangulares V_x y V_y, se relacionan a través de:

$$\cos\theta = \frac{V_x}{V} \qquad \text{y} \qquad \sin\theta = \frac{V_y}{V}$$

Ejemplo: Determinar las componentes rectangulares del siguiente vector:

$$\vec{A} = 40{,}0\ \text{m}; 60°\ \text{NE}$$

Para realizar estos problemas, se sugiere utilizar el origen del ángulo desde el eje *x* positivo, por lo cual, la componente en *x* del vector es:



$$A_x = A\cos\theta$$

En donde, A = 40,0 m y θ = 60º:

$$A_x = (40{,}0\ \text{m})\cos(60°)$$
$$A_x = 20{,}0\ \text{m}$$

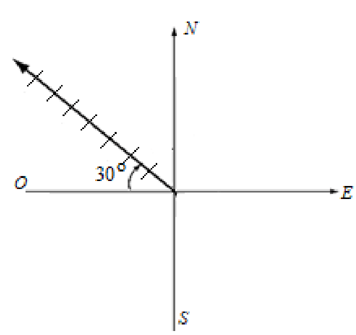
La componente *y* sería:

$$A_y = (40{,}0\ \text{m})\,\text{sen}(60°)$$
$$A_y = 34{,}6\ \text{m}$$

El vector $\vec{A} = 40{,}0\ \text{m}; 60°\ \text{NE}$, expresado en términos de componentes sería $\vec{A} = (20{,}0\hat{x} + 34{,}6\hat{y})\ \text{m}$.

Ejemplo: Determinar las componentes rectangulares del siguiente vector:

$$\vec{V} = 160{,}0\ \text{m/s}; 30°\ \text{NO}$$



Para realizar estos problemas, se sugiere utilizar el origen del ángulo desde el eje *x* positivo, por lo cual, 30º al norte del oeste, desde el eje *x* positivo sería 150º.

Componente *x* del vector:

$$V_x = V\cos\theta$$

En donde, *V* = 160,0 m y θ = 150º:

$$V_x = (160{,}0\ \mathrm{m/s})\cos(150°)$$
$$V_x = -138{,}6\ \mathrm{m/s}$$

La componente *y* sería:

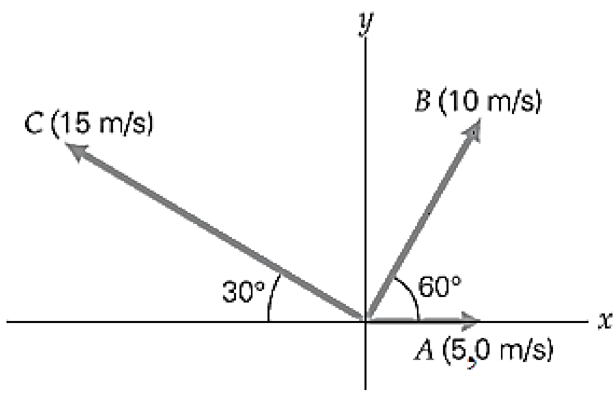
$$V_y = (160{,}0\ \mathrm{m})\,\mathrm{sen}(150°)$$
$$V_y = 80{,}0\ \mathrm{m/s}$$

El vector $\vec{V} = 160{,}0\ \mathrm{m/s}; 30°$ NO, expresado en términos de componentes sería $\vec{V} = (-138{,}6\hat{x} + 80{,}0\hat{y})\ \mathrm{m/s}$.

3.2.2 Suma de vectores:

Para sumar magnitudes vectoriales se debe tomar en cuenta todos los elementos de un vector, es decir, el módulo, la dirección y el sentido, se debe incluir en la operación matemática.
Existen varios métodos para sumar vectores, en este módulo nos limitaremos al método de las componentes rectangulares.

Ejemplo: Para los vectores de la siguiente figura, obtenga $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$. (Wilson, Buffa, & Lou, 2011)



Los vectores con los ángulos medidos desde el eje *x* positivo son:

$$\vec{A} = 5{,}0\ \mathrm{m/s}; 0°$$

$$\vec{B} = 10{,}0\ \mathrm{m/s}; 60°$$

$$\vec{C} = 15{,}0\ \mathrm{m/s}; 150°$$

Para sumarlos se debe seguir el siguiente procedimiento:

- Determinar las componentes rectangulares de cada vector;
- Sumar las componentes horizontales;
- Sumar las componentes verticales;
- Determinar el módulo y el ángulo del vector resultante

En el siguiente cuadro se encuentran los 3 primeros pasos:

VECTOR	COMPONENTE *X*	COMPONENTE *Y*
$\vec{A} = 5{,}0\ \mathrm{m/s}; 0°$	$A_x = A\cos\theta$ $A_x = (5{,}0\ \mathrm{m/s})\cos(0°)$ $A_x = 5{,}0\ \mathrm{m/s}$	$A_y = A\,\mathrm{sen}\,\theta$ $A_y = (5{,}0\ \mathrm{m/s})\,\mathrm{sen}(0°)$ $A_y = 0$
$\vec{B} = 10{,}0\ \mathrm{m/s}; 60°$	$B_x = B\cos\theta$ $B_x = (10{,}0\ \mathrm{m/s})\cos(60°)$ $B_x = 5{,}0\ \mathrm{m/s}$	$B_y = A\,\mathrm{sen}\,\theta$ $B_y = (10{,}0\ \mathrm{m/s})\,\mathrm{sen}(60°)$ $B_y = 8{,}66\ \mathrm{m/s}$
$\vec{C} = 15{,}0\ \mathrm{m/s}; 150°$	$C_x = C\cos\theta$ $C_x = (15{,}0\ \mathrm{m/s})\cos(150°)$ $C_x = -13{,}0\ \mathrm{m/s}$	$C_y = C\,\mathrm{sen}\,\theta$ $C_y = (15{,}0\ \mathrm{m/s})\,\mathrm{sen}(150°)$ $C_y = 7{,}50\ \mathrm{m/s}$
$\vec{R}$	$R_x = (5{,}0 + 5{,}0 - 13{,}0)\mathrm{m/s}$ $R_x = -3{,}0\ \mathrm{m/s}$	$R_y = (0 + 8{,}66 + 7{,}50)\mathrm{m/s}$ $R_x = -16{,}2\ \mathrm{m/s}$

El vector $\vec{R}$ sería el vector resultante de la suma, expresado en términos de componentes sería:

$$\vec{R} = (-3{,}0\hat{x} - 16{,}2\hat{y})\ \mathrm{m/s}$$

A partir de las componentes podemos determinar su módulo y ángulo de inclinación:

<u>Módulo de $\vec{R}$</u>:

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2$$
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$
$$R = \sqrt{(-3{,}0\ \mathrm{m/s})^2 + (-16{,}2\ \mathrm{m/s})^2}$$
$$R = 16{,}5\ \mathrm{m/s}$$

<u>Ángulo de $\vec{R}$</u>:

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x}$$
$$\theta = \tan^{-1}\frac{R_y}{R_x}$$
$$\theta = \tan^{-1}\frac{-16{,}2}{-3{,}0}$$
$$\theta = 79{,}5°$$

El vector resultante sería $\vec{R} = 16{,}5\ \mathrm{m/s}; 79{,}5°$ SO. El ángulo se ubica en el segundo cuadrante de un plano *xy*.

Actividad: Dado los siguientes vectores:

$\vec{C} = 100{,}0\ \text{m}; 60°\ \text{SE}$ $\vec{D} = 200{,}0\ \text{m}; 80°\ \text{SO}$ $\vec{E} = 150{,}0\ \text{m}; 80°\ \text{NO}$
$\vec{A} = 20{,}0\ \text{m}; 40°\ \text{SO}$ $\vec{H} = 100{,}0\ \text{m}; 20°\ \text{SE}$

Sumar:
1. $\vec{A} + \vec{D} + \vec{E} = \vec{R}$
2. $\vec{D} + \vec{E} + \vec{A} + \vec{H} = \vec{R}$
3. $\vec{A} - \vec{H} = \vec{R}$

4. Cinemática

La cinemática es una rama de estudio de la Mecánica Clásica, la cual es la parte de la física que se encarga de estudiar el movimiento de los objetos. Específicamente, con la cinemática aborda las magnitudes físicas propias del movimiento, pero no estudia las causas que lo producen, (Bechara & Mauricio, 1995).
Para estudiar el movimiento de los objetos se hace necesario definir algunos conceptos importantes:
Posición: El vector posición $\vec{r}$ permite determinar la ubicación de una partícula en un espacio coordenado;
Movimiento: Es el cambio de posición que experimenta unos objetos con respecto a otros;
Sistema de referencia: Punto o conjunto de puntos con respecto a los cuales se describe un movimiento;
Trayectoria: Es la línea que un objeto describe durante su movimiento. Según la trayectoria, el movimiento puede ser rectilíneo o curvilíneo.
Distancia: Es la longitud de la trayectoria recorrida;
Desplazamiento: Es un vector $\Delta\vec{r}$ que une dos posiciones diferentes de la trayectoria de un objeto.

4.1 Rapidez y velocidad en el movimiento rectilíneo

Para un objeto moviéndose en una trayectoria en línea recta, la rapidez es la distancia recorrida por unidad de tiempo. Existen dos tipos de rapidez, la *rapidez media* y la *rapidez instantánea*. La instantánea se refiere a la rapidez del objeto en un instante determinado, y la rapidez media ($\bar{v}$) se refiere a la velocidad en un intervalo dado:

$$rapidez\ media = \frac{distancia\ recorrida}{tiempo\ para\ recorrer\ esa\ distancia}$$

$$\bar{v} = \frac{d}{t}$$

La rapidez posee la unidad de medida metro por segundo (m/s) y es una magnitud física escalar. (Flores, Moreno, & Rosales, 2005).

Por otro lado, la velocidad se refiere al desplazamiento recorrido en un determinado tiempo, por lo cual es una magnitud vectorial:

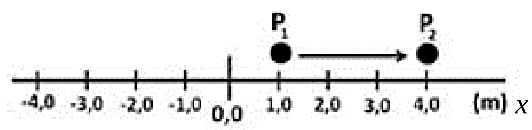
$$\vec{v} = \frac{\vec{d}}{t}$$

En el movimiento rectilíneo: $\vec{v} = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

Si el movimiento se restringe a una línea recta:

$$\vec{v} = \frac{\vec{x}_f - \vec{x}_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$$

Ejemplo: En la siguiente figura se muestra el cambio de posición de un objeto entre dos puntos de una línea recta, determine el desplazamiento generado: (Pérez & Weigandt, 2013)



Se debe determinar la posición inicial y final del objeto, en este caso:

$$\vec{x}_i = 1{,}0 \text{ m } \hat{x}$$

$$\vec{x}_f = 4{,}0 \text{ m } \hat{x}$$

El desplazamiento del objeto sería:

$$\vec{d} = \Delta\vec{x} = \vec{x}_f - \vec{x}_i = (4{,}0 \text{ m } \hat{x}) - (1{,}0 \text{ m } \hat{x}) = 3{,}0 \text{ m } \hat{x}$$

Ejemplo: Si un automóvil se desplaza a una velocidad media de 100 km/h hacia el Este. ¿Cuál sería el desplazamiento del automóvil después de 2,00 horas? ¿cuál fue la distancia recorrida por el automóvil después de 2,00 horas? (Flores, Moreno, & Rosales, 2005)

El desplazamiento, la velocidad y el tiempo de viaje se relacionan a través de la siguiente expresión:

$$\vec{v} = \frac{\vec{d}}{t}$$

Por lo cual:

$$\vec{d} = \vec{v} \cdot t$$

Al reemplazar los valores:

$$\vec{d} = (100 \text{ km/h; Este})(2{,}00 \text{ h}) = 200 \text{ km; Este}$$

El desplazamiento sería de 200 km hacia el Este; en cuanto a la distancia recorrida, no se podría determinar con la información suministrada, debido a que no se indica si el viaje se realizó en línea recta o en curvas o en erráticamente.

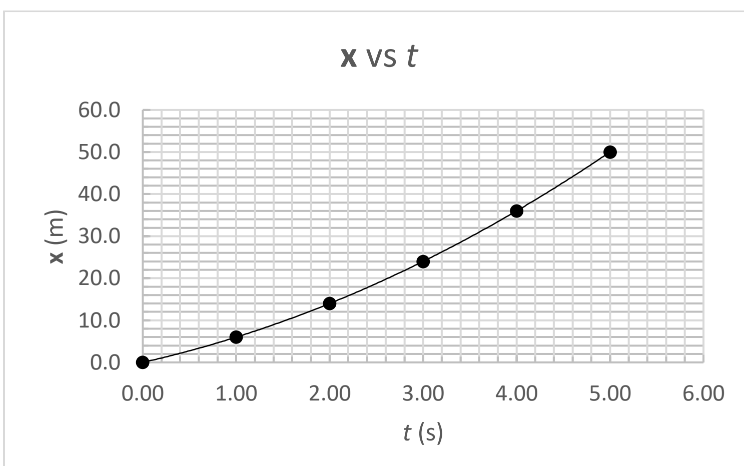
Ejemplo: La distancia entre dos ciudades por carretera es de aproximadamente 208 km y la distancia en línea recta es de aproximadamente 178 km. Si el viaje de partida de la ciudad A inicia a las 6:00 am, se llega hasta la ciudad B y se regresa a la ciudad B a las 2:00 de la tarde del mismo día: ¿Cuál fue la distancia total recorrida? ¿cuál fue el desplazamiento total? ¿cuál es la rapidez media de todo el recorrido? ¿la velocidad media de todo el recorrido?

- La distancia total recorrida es de 416 km. Es decir, 208 km en el viaje de ida y 208 en el viaje de regreso.
- El desplazamiento total fue cero. La posición inicial y final del recorrido son las mismas.
- La rapidez media sería: $\bar{v} = \frac{distancia}{tiempo} = \frac{416\ \mathrm{km}}{8{,}00\ \mathrm{h}} = 52{,}0\ \mathrm{km/h}$
- La velocidad media sería cero, porque la misma es el desplazamiento por unidad de tiempo.

Ejemplo: Al realizar mediciones del desplazamiento en función del tiempo, del movimiento en línea recta de un carrito, se obtienen los siguientes valores:

x (m)	0	6,0	14,0	24,0	36,0	50,0
t (s)	0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0

El gráfico obtenido al realizar el gráfico la posición en función del tiempo se obtiene:



Determine:

La velocidad media desde t = 1,00 s a t = 4,00 s;
La velocidad media desde t = 1,00 s a t = 2,00 s;

Para calcular la velocidad media en el intervalo desde *t* = 1,00 s a *t* = 4,00 s, sería como calcular la pendiente de una línea recta trazada entres estos dos puntos, es decir:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{x}_f - \vec{x}_i}{t_f - t_i} = \frac{(36{,}0\ \mathrm{m} - 6{,}0\ \mathrm{m})\hat{x}}{(4{,}0\ \mathrm{s} - 1{,}0\ \mathrm{s})} = 10{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{x}$$

Para calcular la velocidad media en el intervalo desde *t* = 1,00 s a *t* = 2,00 s, sería como calcular la pendiente una línea recta trazada entres estos dos puntos, es decir:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{x}_f - \vec{x}_i}{t_f - t_i} = \frac{(14{,}0\ \mathrm{m} - 6{,}0\ \mathrm{m})\hat{x}}{(2{,}0\ \mathrm{s} - 1{,}0\ \mathrm{s})} = 8{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{x}$$

Actividad: (Serway & Faughn, 2005)

1- Una persona viaja en un auto de una ciudad a otra con diferentes rapideces constantes entre pares de ciudades. Conduce durante 30,0 minutos a 80,0 km/h; 12,0 min a 100 km/h y 45,0 minutos a 40,0 km/h, y toma 15,0 minutos en tomar alimentos y comprar gasolina. (a) Determine la rapidez media para el viaje. (b) Determine la distancia entre las ciudades inicial y final a lo largo de esta ruta. *R*: 52,9 km/h; 90,0 km.

2- Las dunas de arena de un desierto se mueven con el tiempo cuando la arena es barriada por el viento en el lado de barlovento (de donde procede el viento) y se asientan en el lado de sotavento (hacia dónde va el viento). Se sabe que estas dunas “que caminan” se mueven hasta 20 pies al año y pueden cambiar de lugar hasta 100 pies al año en tiempos de viento fuerte. Calcule la rapidez media en cada caso en m/s.

3- Las uñas crecen al ritmo del movimiento de los continentes, unos 10,0 mm al año. Aproximadamente, ¿cuánto tardó América del Norte en separarse de Europa, una distancia de unas 3 000 millas?

4- Dos botes arrancan juntos y cruzan un lago de 60,0 km de ancho y regresan. El bote *A* viaja a 60,0 km/h y regresa a 60,0 km/h; el bote *B* viaja a 30,0 km/h y su tripulación, viendo lo retrasados que van, regresan a 90,0 km/h. Los tiempos para cambiar dirección son insignificantes, y gana el bote que completa primero el viaje redondo. (a) ¿cuál bote gana y por cuántos minutos? (b) ¿Cuál es la velocidad media del bote ganador? *R*. El bote A gana; cero.

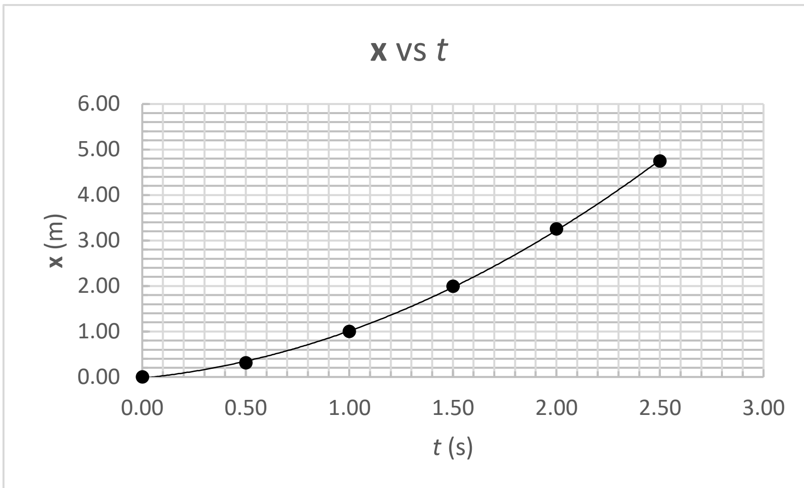
5- Se sabe que un pino tarda 4 000 años en crecer una altura de 20,0 pies. Encuentre la rapidez media de crecimiento en m/s. (b) En contraste, la planta de más rápido crecimiento es el alga gigante, que puede crecer a razón de 2,0 pies en un día. Encuentre la rapidez media de crecimiento de esta planta en m/s.

6- Un motociclista se dirige al norte durante 35,0 minutos a 85,0 km/h y luego se detiene durante 15,0 minutos. Después continua hacia el norte, desplazándose 130 km en 2,00 horas. (a) ¿cuál es su desplazamiento total? (b) ¿cuál es su velocidad media? *R*. 180 km; 63,4 km/h.

7- Al realizar mediciones del desplazamiento en función del tiempo, del movimiento de un objeto en línea recta (eje *x*), se obtienen los siguientes valores:

x (m)	0	0,31	1,00	1,99	3,25	4,75	6,47	8,41	10,56
t (s)	0	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00

El gráfico obtenido al realizar el gráfico la posición en función del tiempo se obtiene:



Determine:

La velocidad media desde *t* = 0,50 s a *t* = 4,00 s;
La velocidad media desde *t* = 1,00 s a *t* = 3,50 s;
La velocidad media desde *t* = 1,50 s a *t* = 2,50 s;

4.2 Aceleración en el movimiento rectilíneo:

La aceleración media es el cambio de la velocidad por unidad de tiempo:

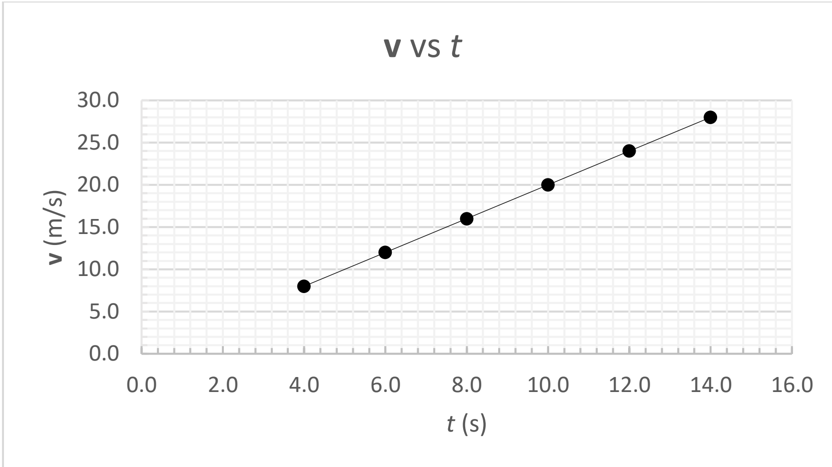
$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i}$$

Es una magnitud vectorial y su unidad de medida es metro por segundo cuadrado (m/s^2).

Ejemplo: Un piloto de prueba de autos de carrera, se encuentra probando un nuevo modelo de automóvil, los valores velocidad obtenidos en una prueba de velocidad en una pista larga y recta (eje *x*) fueron los siguientes:

t (s)	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0	12,0	14,0
v (m/s)	4,0	8,0	12,0	16,0	20,0	24,0	28,0

Al realizar el gráfico de los datos se obtiene:



Determine: La aceleración media entre t = 4,00 s a t = 12,00 s.

Para calcular la aceleración media en este intervalo de tiempo, se calcular la pendiente de una línea recta trazada entres estos dos puntos, es decir:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i} = \frac{(24{,}0\ \mathrm{m/s} - 8{,}0\ \mathrm{m/s})\hat{x}}{(12{,}0\ \mathrm{s} - 4{,}0\ \mathrm{s})} = 2{,}0\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\hat{x}$$

La aceleración del auto sería 2,0 m/s^2 en la dirección + x.

4.3 Movimiento rectilíneo uniforme acelerado

El movimiento rectilíneo uniforme, corresponde al de un objeto que cambia su posición con una velocidad constante, este tipo de movimiento se puede describir a partir de la expresión:

$$v = \frac{x}{t}$$

En donde, la v es la rapidez del objeto, x la distancia recorrida y t el tiempo.
Por otro lado, el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, corresponde al de un objeto que cambia su posición con una aceleración constante.
Para describir el movimiento uniformemente acelerado se utilizan las siguientes expresiones:

$$v_f = v_i + at$$

$$x = x_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ax$$

En las expresiones anteriores,

$v_i \rightarrow$ es la rapidez inicial;

v_f → es la rapidez final;

x → distancia recorrida;

x_i → posición inicial;

a → aceleración;

t → tiempo.

Ejemplo: un auto de carreras que arranca desde el reposo acelera a razón de 5,00 m/s^2, ¿cuáles la velocidad del auto después de recorrer 100 ft? (Serway & Faughn, 2005).

Los datos brindados por el problema son los siguientes:

$v_i = 0$ → *rapidez inicial* (el auto parte del reposo)

$a = 5{,}00\ \mathrm{m/s^2}$ → *aceleración*

$x = 100$ ft → *distancia*

La incógnita del problema sería:

$v_f = ?$ → *rapidez final*

En base a los datos e incógnita del problema, la relación matemática entres estas variables es:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ax$$

Antes de determinar el valor numérico de v_f, se debe verificar que las unidades de medida de las variables sean consistentes. Para este caso, hay que igualar las unidades de medida de la longitud, porque la distancia está expresada en pies y la aceleración en metros por segundo cuadrado.

La conversión de unidad sería:

$$x = 100\ \mathrm{ft}\left(\frac{1\ \mathrm{m}}{3{,}28\ \mathrm{ft}}\right) = 30{,}5\ \mathrm{m}$$

Al reemplazar los valores en la expresión de v_f:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ax$$

$$v_f = \sqrt{v_i^2 + 2ax}$$

$$v_f = \sqrt{(0)^2 + 2(5{,}00\ \mathrm{m/s^2})(30{,}5)}$$

$$v_f = 17{,}5\ \mathrm{m/s}$$

Ejemplo: Un avión aterriza con una rapidez de 160 mi/h y frena a una razón de 4,47 m/s^2. Si el avión se desplaza a una rapidez de 160 mi/h durante 1,00 s después de aterrizar, antes de aplicar los frenos ¿cuál es el desplazamiento total del avión entre el punto en que toca tierra en la pista y el punto donde llega al reposo?

Al analizar el problema, el mismo posee dos secciones: el movimiento del avión antes de frenar (sin aceleración), y el movimiento después de aplicar los frenos (desacelerado).

Datos de la primera sección del movimiento:

$v = 160\ \mathrm{mi/h}$ → *rapidez*

$t = 1{,}00\ \mathrm{s}$ → *tiempo de recorrido*

Con estos datos se puede determinar la distancia recorrida antes de aplicar los frenos, a través de la siguiente expresión:

$$v = \frac{x}{t}$$

Despejando:

$$x = v \cdot t$$

Antes de determinar el valor numérico de x¸ se debe realizar conversión de unidades:

$$v = 160\ \frac{\mathrm{mi}}{\mathrm{h}}\left(\frac{1\ 609\ \mathrm{m}}{1\ \mathrm{mi}}\right)\left(\frac{1\ \mathrm{h}}{3\ 600\ \mathrm{s}}\right) = 71{,}5\ \mathrm{m/s}$$

Al reemplazar los valores en la expresión de *x*:

$$x = v \cdot t$$

$$x = (71{,}5\ \mathrm{m/s})(1{,}00\ \mathrm{s})$$

$$x = 71{,}5\ \mathrm{m}$$

Esta sería la distancia recorrida por el avión antes de aplicarse los frenos, ahora se debe determinar la distancia recorrida, en la otra sección del movimiento:

Datos de la segunda sección del movimiento:

$v_i = 71{,}5\ \mathrm{m/s}$ → *rapidez inicial*

$v_f = 0$ → *rapidez final* (el avión llega al reposo)

$a = -4{,}47\ \mathrm{m/s^2}$ → *desaceleración* (el avión disminuye su rapidez)

La incógnita sería la distancia, la cual sería x_b. La relación matemática entres estas variables sería:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ax$$

Despejando la *x*:

$$x_b = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a}$$

Reemplazando:

$$x_b = \frac{(0)^2 - (71{,}5\ \mathrm{m/s})^2}{2(-4{,}47\ \mathrm{m/s^2})}$$

$$x_b = 572\ \mathrm{m}$$

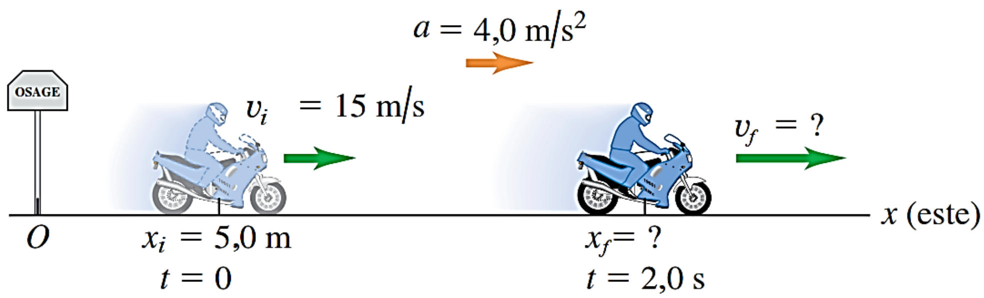
Ahora se debe sumar las distancias obtenidas en cada sección del movimiento:

$$x_{total} = 71{,}5 \text{ m} + 572 \text{ m}$$

$$x_{total} = 644 \text{ m}$$

Ejemplo: Un motociclista que viaja al *este* cruza una pequeña ciudad y acelera apenas pasa el letrero que marca el límite de la ciudad. Su aceleración constante es de 4,0 m/s^2.

En t = 0, está a 5,0 m al *este* del letrero, moviéndose al *este* a 15,0 m/s. (a) calcule su posición y velocidad en t = 2,0 s. (b) ¿dónde está el motociclista cuando su velocidad es de 25,0 m/s? (Young & Freedman, 2009).



Datos e incógnitas para resolver la parte *a*:

$x_i = 5{,}0 \text{ m}$ → *posición inicial*

$v_i = 15{,}0 \text{ m/s}$ → *rapidez inicial*

$a = 4{,}0 \text{ m/s}^2$ → *aceleración*

$t = 2{,}0 \text{ s}$ → *tiempo de viaje*

$x_f = ?$ → *posición final* (incógnita)

$v_f = ?$ → *rapidez final* (incógnita)

Para determinar la ubicación de la moto cuando t = 2,00 s, se utiliza la siguiente expresión:

$$x = x_i + v_i t + \frac{1}{2} a t^2$$

Reemplazando los valores:

$$x = 5{,}0 \text{ m} + (15{,}0 \text{ m/s})(2{,}0 \text{ s}) + \frac{1}{2}(4{,}0 \text{ m/s}^2)(2{,}0 \text{ s})^2$$
$$x = 43{,}0 \text{ m}$$

En base a los datos, para determinar el valor de la rapidez final se debe utilizar la siguiente expresión:

$$v_f = v_i + at$$

Reemplazando los valores:

$$v_f = 15{,}0 \text{ m/s} + (4{,}0 \text{ m/s}^2)(2{,}0 \text{ s})$$
$$v_f = 23{,}0 \text{ m/s}$$

Para la parte b del problema, se tienen los siguientes datos e incógnitas:

$x_i = 5{,}0 \text{ m}$ → *posición inicial*

$v_i = 15{,}0 \text{ m/s}$ → *rapidez inicial*

$a = 4{,}0 \text{ m/s}^2$ → *aceleración*

$v_f = 25{,}0 \text{ m/s}$ → *rapidez final* (incógnita)

$x_f = ?$ → *posición final* (incógnita)

La relación matemática entres estas variables es:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ax$$

Despejando el valor de la *x*:

$$x = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a} = \frac{(25{,}0 \text{ m/s})^2 - (15{,}0 \text{ m/s})^2}{2(4{,}0 \text{ m/s}^2)} = 50{,}0 \text{ m}$$

En donde se debe tomar en cuenta la posición inicial de 5,00 m, por lo cual, la ubicación de la moto es de 55,0 m desde el letrero.

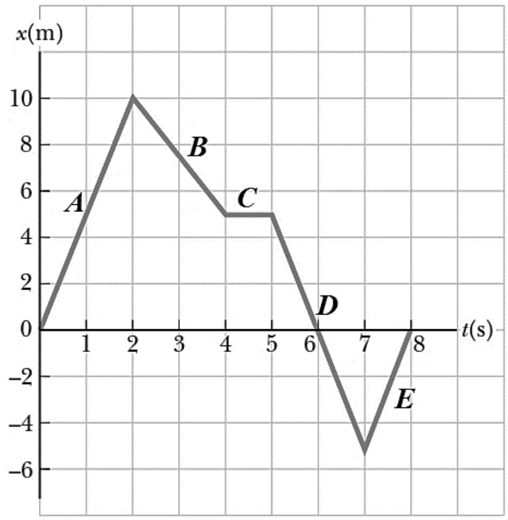
4.3 Gráficas de movimiento rectilíneo:

La cinemática de un cuerpo se puede describir con ayuda de métodos gráficos:

4.3.1 Gráfica de la posición en función del tiempo:

La gráfica de la posición en función del tiempo, para el movimiento rectilíneo uniforme de un objeto, permite obtener información de las características de su movimiento, como la rapidez o distancia recorrida del objeto.

Ejemplo: La gráfica de la posición en función del tiempo para cierta partícula, se muestra en la siguiente figura. Si la partícula se mueve a lo largo del eje *x*, determine: (a) la rapidez media de la partícula en el intervalo *A*, *B*, *C*; (b) la distancia recorrida por la partícula entre los intervalos *B*, *C*, *D*. (Serway & Faughn, 2005)



(a) Para determinar la rapidez en los intervalos indicados, se debe determinar la pendiente de cada recta:

Intervalo A: A partir de la gráfica se obtienen los valores de posición final e inicial, con sus respectivos tiempos:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

La posición inicial del intervalo *A* es 0 metros, y la final 10,0 metros, sus respectivos tiempos son 0 segundos y 2,0 segundos, por lo cual:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(10{,}0\ \mathrm{m}) - (0)}{(2{,}0\ \mathrm{s}) - (0)} = 5{,}0\ \mathrm{m/s}$$

La rapidez media del intervalo *A* sería 5,0 m/s, la partícula recorrió 5,0 m cada segundo.

Intervalo B: A partir de la gráfica se obtienen los valores de posición final e inicial, con sus respectivos tiempos:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

La posición inicial del intervalo *B* es 10,0 metros, y la final 5,0 metros, sus respectivos tiempos son 2,0 segundos y 4,0 segundos, por lo cual:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(5{,}0\ \mathrm{m}) - (10{,}0\ \mathrm{m})}{(4{,}0\ \mathrm{s}) - (2{,}0\ \mathrm{s})} = -2{,}5\ \mathrm{m/s}$$

La rapidez media del intervalo *B* sería – 2,5 m/s, el objeto se mueve en sentido contrario al inicial.

Intervalo C: A partir de la gráfica se obtienen los valores de posición final e inicial, con sus respectivos tiempos:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

La posición inicial del intervalo *C* es 5,0 metros, y la final 5,0 metros, sus respectivos tiempos son 4,0 segundos y 5,0 segundos, por lo cual:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(5{,}0\ \mathrm{m}) - (5{,}0\ \mathrm{m})}{(5{,}0\ \mathrm{s}) - (5{,}0\ \mathrm{s})} = 0$$

La rapidez media del intervalo *C* sería cero, el objeto se encuentra en reposo.

(b) Para determinar la distancia recorrida, se debe analizar la posición final e inicial de cada intervalo solicitado:

Intervalo *B*:

$x_i = 10{,}0\ \mathrm{m}$ → El objeto se encuentra a 10,0 m de su posición inicial;

$x_f = 5{,}0\ \mathrm{m}$ → El objeto se regresa y se ubica a 5,0 m de su posición inicial;

En el intervalo *B* el objeto recorre 5,0 metros de regreso hacia su posición de salida.

Intervalo *C*:

$x_i = 5{,}0\ \mathrm{m}$ → El objeto se encuentra a 5,0 m de su posición inicial;

$x_f = 5{,}0\ \mathrm{m}$ → El objeto se mantiene a 5,0 m de su posición inicial;

En el intervalo *C* el objeto recorre una distancia de 0 metros.

Intervalo *D*:

$x_i = 5{,}0\ \mathrm{m}$ → El objeto se encuentra a 5,0 m de su posición inicial;

$x_f = -5{,}0\ \mathrm{m}$ → El objeto se encuentra 5,0 m atrás de su posición inicial;

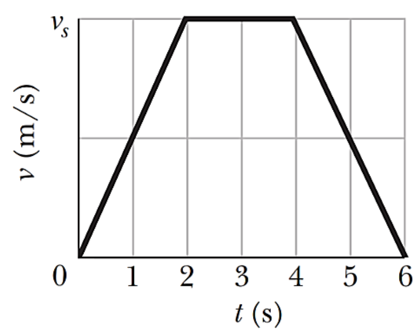
En el intervalo *D* el objeto recorre una distancia de 10,0 metros.

El recorrido total de la partícula a través de los intervalos *B* – *C* – *D* es 15,0 metros.

4.3.2 Gráfica de la velocidad en función del tiempo:

La gráfica de la velocidad en función del tiempo, para el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado de un objeto, permite obtener información de las características de su movimiento, como la aceleración o distancia recorrida del objeto.

Ejemplo: Una partícula ubicada en el origen en $t = 0$ se mueve a lo largo de un eje x positivo. La grafica de la velocidad de la partícula en función del tiempo se muestra en la siguiente figura; en la gráfica v_s = 4,0 m/s. (a) ¿Cuál la aceleración media entre $t = 0$ y $t = 2{,}0$ s? (b) ¿Cuál es el desplazamiento entre $t = 0$ y $t = 2{,}0$ s? (c) ¿Cuál es el desplazamiento entre $t = 2{,}0$ s y $t = 4{,}0$ s?



En un gráfico de la velocidad en función del tiempo, la pendiente de la gráfica representa la aceleración; mientras que el área bajo la curva representa el desplazamiento del objeto. (Flores, Moreno, & Rosales, 2005)

(a) La aceleración se obtiene al determinar la pendiente de la gráfica en el intervalo entre t = 0 y t = 2,0 s, en donde la velocidad posee un valor de 0 m/s y 4,0 m/s, respectivamente, por lo cual:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

$$a = \frac{(4{,}0\ \mathrm{m/s}) - (0)}{(2{,}0\ \mathrm{s}) - (0)}$$

$$a = 2{,}0\ \mathrm{m/s^2}$$

En este intervalo el objeto aumenta su velocidad en 2,0 m/s cada segundo.

(b) El desplazamiento será el área del triángulo formado entre t = 0 y t = 2,0 s, cuya fórmula es:

$$Área = \tfrac{1}{2}(base)(altura)$$

$$desplamiento = \tfrac{1}{2}(velodidad)(tiempo)$$

$$\boldsymbol{d} = \tfrac{1}{2}\boldsymbol{v}t$$

$$\vec{d} = \tfrac{1}{2}\left(4{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{x}\right)(2{,}0s)$$

$$\vec{d} = 4{,}0\ \mathrm{m}\ \hat{x}$$

Durante es te intervalo el objeto se desplaza 4,0 m en la dirección +x.

(c) El desplazamiento será el área del rectángulo formado entre t = 2,0 y t = 4,0 s, cuya fórmula es:

$$Área = (largo)(ancho)$$

$$desplamiento = (velocidad)(tiempo)$$

$$\boldsymbol{d} = \boldsymbol{v}t$$

$$\vec{d} = \left(4{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{x}\right)(2{,}0s)$$

$$\vec{d} = 8{,}0\ \mathrm{m}\ \hat{x}$$

Durante es te intervalo el objeto se desplaza 8,0 m en la dirección +x.

Actividad: (Young & Freedman, 2009)

1) Un antílope con aceleración constante cubre la distancia de 70,0 m entre dos puntos en 7,00 s. Su rapidez al pasar por el segundo punto es 15,0 m/s. ¿Qué rapidez tenía en el primero? ¿Qué aceleración tiene? *R*: 5,0 m/s; 1,43 m/s^2.

2) La catapulta del portaaviones *USS Abraham Lincoln* acelera un *jet* de combate *F/A-18 Hornet*, desde el reposo hasta una rapidez de despegue de 173 mi/h en una distancia de 307 pies. Suponga aceleración constante. *a*) Calcule la aceleración del avión en m/s *b*) Calcule el tiempo necesario para acelerar el avión hasta la rapidez de despegue. *R*: 32,0 m/s^2; 2,42 s.

3) El lanzamiento más rápido medido de una pelota de béisbol sale de la mano del pitcher a una rapidez de 45,0 m/s. Si el pitcher estuvo en contacto con la pelota una distancia de 1,50 m y produjo aceleración constante, *a*) ¿qué aceleración le dio a la pelota, y *b*) ¿cuánto tiempo le tomó lanzarla? *R*: 675 m/s^2; 0,067 s.

4) En el servicio de tenis más rápido medido, la pelota sale de la raqueta a 73,14 m/s. En el servicio una pelota de tenis normalmente está 30,0 ms en contacto con la raqueta y parte del reposo. Suponga aceleración constante. *a*) ¿Cuál era la aceleración de la pelota durante este servicio? *b*) ¿Qué distancia recorrió la pelota durante el servicio? *R*: 2 440 m/s^2; 1,10 m.

5) El cuerpo humano puede sobrevivir a un incidente de trauma por aceleración negativa (parada repentina), si la magnitud de la aceleración es menor que 250 m/s^2. Si usted sufre un accidente automovilístico con rapidez inicial de 105 km/h y es detenido por una bolsa de aire que se infla desde el tablero, ¿en qué distancia debe ser detenido por la bolsa de aire para sobrevivir al percance? *R*: 1,70 m.

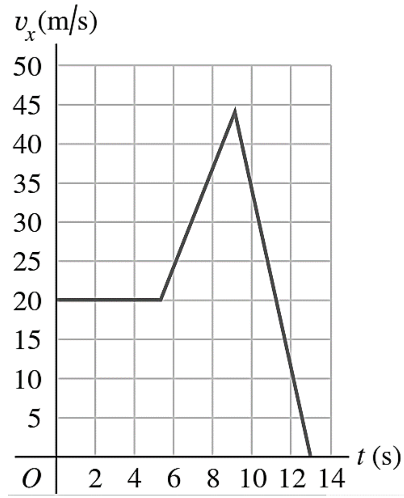
6) Un automóvil está parado en una rampa de acceso a una autopista esperando un hueco en el tráfico. El conductor acelera por la rampa con aceleración constante para entrar en la autopista. El auto parte del reposo, se mueve en línea recta y tiene una rapidez de (45 mi/h) al llegar al final de la rampa de 120 m de largo. *a*) ¿Qué aceleración tiene el auto? *b*) ¿Cuánto tarda el auto en salir de la rampa? *c*) El tráfico de la autopista se mueve con rapidez constante de 20 m/s. ¿Qué distancia recorre el tráfico mientras el auto se mueve por la rampa? *R*: 1,67 m/s^2; 12,0 s; 240 m.

7) En el instante en que un semáforo se pone en luz verde, un automóvil que esperaba en el cruce arranca con aceleración constante de 3,20 m/s^2. En el mismo instante, un camión que viaja con rapidez constante de 20,0 m/s alcanza y pasa al auto. *a*) ¿A qué distancia de su punto de partida el auto alcanza al camión? *b*) ¿Qué rapidez tiene el auto en ese momento? *c*) Dibuje una gráfica x vs t del movimiento de los dos vehículos, tomando $x = 0$ en el cruce. *d*) Dibuje una gráfica v vs t del movimiento de los dos vehículos. *R*: 250 m; 40 m/s.

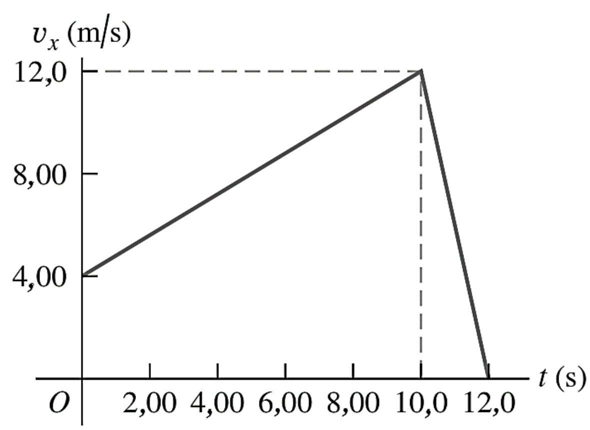
8) **Llegada a Marte.** En enero de 2004, la NASA colocó un vehículo de exploración en la superficie marciana. Parte del descenso consistió en las siguientes etapas:
Etapa A: la fricción con la atmósfera redujo la rapidez de 19 300 km/h a 1 600 km/h en 4,0 min.
Etapa B: un paracaídas se abrió para frenarlo a 321 km/h en 94,0 s.
Etapa C: se encienden los retrocohetes para reducir su rapidez a cero en una distancia de 75,0 m.

Suponga que cada etapa sigue inmediatamente después de la que le precede, y que la aceleración durante cada una era constante. *a*) Encuentre la aceleración del cohete (en m/s^2) durante cada etapa. *b*) ¿Qué distancia total (en km) viajó el cohete en las etapas *A*, *B* y *C*? *R*: (b) 722 km

9) La gráfica de la siguiente figura muestra la velocidad de un policía en motocicleta en función del tiempo. *a*) Calcule la aceleración instantánea en t = 3,0 s, en t = 7,0 s y en t =11 s. *b*) ¿Qué distancia cubre el policía en los primeros 5,0 s? ¿En los primeros 9,0 s? ¿Y en los primeros 13,0 s? *R*: (b) 100 m; 230 m; 320 m.



10) Una gacela corre en línea recta (el eje *x*). En la figura, se muestra la velocidad de este animal en función del tiempo. Durante los primeros 12,0 s, obtenga a) la distancia total recorrida y b) el desplazamiento de la gacela. *R*: (b) 92,0 m.



5. Leyes del movimiento de Newton

5.1 Concepto de Fuerza

Las fuerzas son interaccione que producen cambios en el estado de movimiento de un cuerpo. Los conceptos de **fuerza** y **cambio** están relacionados, si la suma de todas las fuerzas que actúan sobre un objeto es cero no habrá cambio en el estado de movimiento. Así, si un cuerpo está en movimiento y la interacción resultante es nula el movimiento será rectilíneo y uniforme, sin cambio en su dirección y sin cambio en su rapidez.

La unidad en el SI para la fuerza surge a partir de que si interaccionamos con un cuerpo de 1,0 kg de masa provocamos una aceleración de 1,0 m/s^2, diremos que le aplicamos una fuerza de 1,0 $Newton$, o lo que es lo mismo, en expresión matemática a partir de las unidades básicas kg $\mathrm{m/s^2}$.

Las fuerzas se representan como magnitudes físicas vectoriales, tienen modulo, dirección y sentido. El módulo no es más que la magnitud de la interacción, la dirección es la línea a lo largo de la cual se ejerce la fuerza y sentido es el lado de la línea hacia el cual se ejerce la fuerza con respecto a un eje escogido para los movimientos rectilíneos.

Todas las fuerzas que actúen sobre un cuerpo pueden representarse sobre un sistema de ejes coordenados. Suele denominarse diagrama de cuerpo libre al eje donde están representados con flechas todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo (sin ser necesario dibujar el cuerpo), sólo es necesario que identifiquemos los cuerpos como un punto.

Pregunta

Identifica las fuerzas que actúan sobre un objeto

¿Qué fuerzas actúan sobre el objeto colocado en la superficie horizontal?

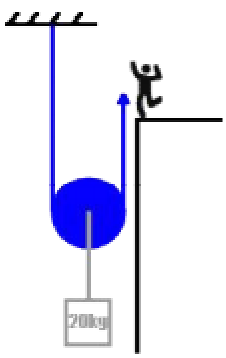
5.2 Concepto de inercia y primera ley de Newton.

La tendencia de un cuerpo a seguir moviéndose una vez iniciado su movimiento es resultado de una propiedad llamada inercia. Usamos la inercia cuando tratamos sacar salsa de tomate de una botella agitándola. Primero hacemos que la botella (y la salsa del interior) se mueva hacia adelante; al mover la botella bruscamente hacia atrás, la salsa tiende a seguir moviéndose hacia adelante y, con suerte, caerá en nuestra hamburguesa. La tendencia de un cuerpo en reposo permanecer en ese estado también se debe a la inercia.

La primera ley de Newton establece que en los sistemas inerciales**: Un objeto en estado de reposo permanecerá en estado de reposo y un objeto en movimiento continuará con velocidad constante y en línea recta a menos que se experimente una fuerza externa**.

En otras palabras, podemos decir que en los sistemas inerciales cuando una fuerza neta sobre un cuerpo es cero, su aceleración es cero. Es decir, $\sum \overrightarrow{F} = \vec{0}$, entonces $\overrightarrow{a} = \vec{0}$.

Ejemplo: Calcular la fuerza que debe ejercer la persona del dibujo para mantener en reposo el bloque de 20kg.



Datos

Peso = 20 kg x 9,8 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 196\ N$

Solución

$$\sum \vec{F} = \vec{0}\ \ Condición\ de\ equilibrio$$

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0}$$

$$\vec{T} + \vec{F}_{persona} - \vec{P} = \vec{0}$$

$$\vec{T} = \vec{F}_{persona}\ Características\ del\ uso\ de\ poleas$$

$$2\,\vec{F}_{persona} - \vec{P} = \vec{0}$$

$$\vec{F}_{persona} = \vec{P}/2$$

$$F_{persona} = 196\ N/2$$

$$F_{persona} = 98\ N$$

Preguntas

Cuando vas dentro de un automóvil y este frena repentinamente. ¿Qué pasa con tu cuerpo?

¿Por qué pasa esto?

5.3 Segunda Ley de newton

Aplicar una fuerza sobre un objeto produce una aceleración (un aumento o disminución en la velocidad o un cambio de la dirección o del sentido de la velocidad). A mayor fuerza en el sentido del movimiento, mayor aceleración. Pero al mismo tiempo a mayor masa, menor aceleración. Isaac newton encontró la relación exacta entre intensidad de la fuerza, masa y aceleración, para la traslación:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Ejemplo

Sobre un cuerpo actúan las siguientes fuerzas:

$$\overrightarrow{F_a} = (\vec{x} + \overrightarrow{y})\ \text{N}\ ;\ \ \overrightarrow{F_b} = (\vec{x} + \overrightarrow{3y})\ \text{N}\ ; \overrightarrow{F_c} = (-\vec{x} - 5\overrightarrow{y})\ \text{N}$$

¿Qué aceleración adquiere el cuerpo si tiene 2 kg de masa?

Datos

$m = 2$ kg

$\overrightarrow{F_a} = (\vec{x} + \overrightarrow{y})$ N

$\overrightarrow{F_b} = (\vec{x} + 3\overrightarrow{y})$ N

$\overrightarrow{F_c} = (-\vec{x} - \overrightarrow{5y})$ N

Solución

$$\sum \vec{\boldsymbol{F}} = m.\vec{\boldsymbol{a}}$$

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{\boldsymbol{F}}}{\boldsymbol{m}}$$

$$\vec{a}= \frac{\overrightarrow{F_a}+\overrightarrow{F_b}+\overrightarrow{F_c}}{m}$$

$$\vec{a}= \frac{(\vec{x}+\overrightarrow{y})\ \text{N}+\ (\vec{x}+3\vec{y})\ \text{N}+(-\vec{x}-5\vec{y})\ \text{N}}{2\ kg} = \left(\frac{1}{2}\vec{x} - \frac{1}{2}\vec{y}\right)\text{N}$$

Preguntas

Calcular la magnitud de la aceleración que produce una fuerza cuya magnitud es de 50 N a un cuerpo cuya masa es de 13 000 gramos. Respuesta: 3,85 m/s^2.

Determinar la magnitud del peso de una persona cuya masa es de 90 kg. Respuesta: 882 N

5.4 Tercera Ley de Newton

Una fuerza que actúa sobre un cuerpo siempre es el resultado de su interacción con otro cuerpo, así que las fuerzas siempre vienen en pares. No podemos tirar de una perilla sin que la perilla tire de nosotros. Al patear un balón, la fuerza hacia adelante que el pie ejerce sobre él lo lanza en su trayectoria, pero sentimos la fuerza que balón ejerce sobre el pie.

En todos estos casos, la fuerza que ejercemos sobre el otro cuerpo tiene dirección opuesta a la que el cuerpo ejerce sobre nosotros. Los experimentos indican que, al interactuar, dos cuerpos, las fuerzas que se ejercen mutuamente son iguales en magnitud y opuestas en dirección. Esta es la tercera ley del movimiento de Newton:

Tercera Ley de Newton: Si el cuerpo A ejerce una fuerza sobre el cuerpo B (una acción), entonces, el cuerpo B ejerce una fuerza sobre el cuerpo A (reacción). Estas dos fuerzas tienen la misma magnitud, pero dirección opuesta, y actúan sobre cuerpos diferentes.

El enunciado matemático de la tercera ley es:

$\mathbf{F}_{A\ sobre\ B} = -\mathbf{F}_{B\ sobre\ A}$

Pregunta

¿Sabrías indicar con qué interactúa una pelota situada sobre una mesa y donde se encuentran aplicadas las fuerzas que surgen en cada interacción? **Respuesta:** $n.\vec{y}\ (Fuerza\ normal), w. -\overrightarrow{y}(Peso)$.

Ejercicios

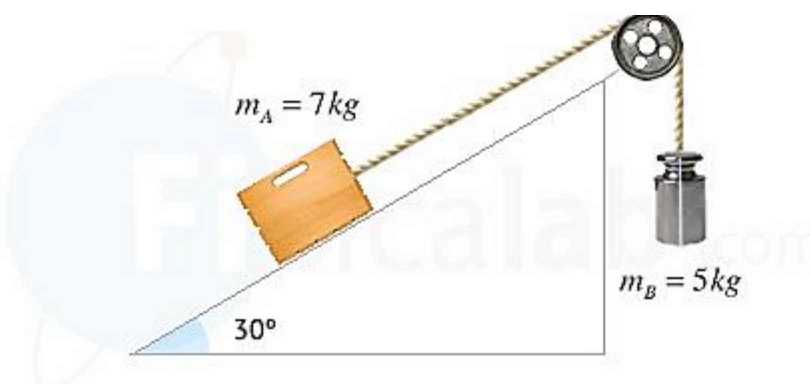
1. Dos amigos, uno más corpulento y otro más delgado, empujan un sofá en la misma dirección y sentido. El primero de ellos ejerce una fuerza de 11,0 N y el segundo 7,0 N. ¿Cuál es la fuerza resultante con la que empujan el sofá? **Respuesta**: 18,0 N.
2. Un chico y una chica atan a una anilla dos cuerdas y juegan para saber quién tiene más fuerza. El chico coge una de las cuerdas y aplica una fuerza de 11,0 N y al mismo tiempo la chica aplica 13,0 N. Si los dos tiran de su cuerda con la misma dirección, pero cada uno en sentido contrario. ¿Quién ganará, el chico o la chica? **Respuesta:** 2,0 N
3. Dos cuerpos cuyas aceleraciones respectivas son 6,0 m/s^2 y 9,0 m/s^2, se encuentran sometidos a la misma fuerza. ¿Cuál es la relación entre las masas? **Respuesta:** 3/2.

4. ¿Cuál es la aceleración de un cohete que asciende verticalmente por la fuerza de F Newtons que le suministra sus reactores? **Respuesta**: $a = \frac{F-P}{m}$.
5. Una bola metálica de 1,0 kg de masa se encuentra en reposo colgando del techo de una habitación por medio de una cuerda de 2,0 m de longitud. Si la masa de la cuerda es despreciable e inextensible. ¿Cuál es el valor de la tensión de la cuerda? **Respuesta:** 9,8 N
6. Sabiendo que la fuerza normal de un cuerpo que se encuentra en un plano inclinado de 40,0° es de 150 N. ¿Cuál es su masa? **Respuesta:** 20,0 kg.
7. Una caja de 60,0 kg de masa se encuentra en reposo sobre un suelo horizontal que posee un coeficiente estático de rozamiento de 0,6 y cinético de 0,25. Calcular:

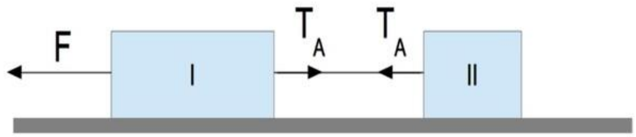
a) La fuerza mínima necesaria para comenzar a mover la caja. Repuesta: 352,8 N

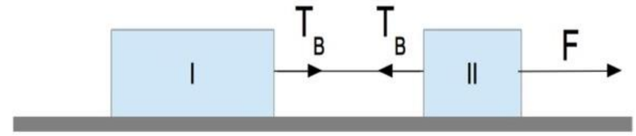
b) La fuerza de rozamiento y la aceleración de la caja si se aplica una fuerza horizontal de 400 N. **Respuestas:** 147 N, 4,21 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

8. Dado el esquema de la figura, calcular la aceleración de ambas masas sabiendo que el coeficiente de rozamiento cinético es 0.1. **Respuesta**:$a_A = 0{,}73\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $a_b = -0{,}73\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$



9.En un experimento el bloque I (m = 10,0 kg) y el bloque II (m = 6,0 kg) están conectados por una cuerda ideal. En un primer momento, se aplica una fuerza de magnitud igual a 64,0 N en el bloque I, generando en la cuerda una tensión T_A. Luego, se aplica una fuerza de la misma magnitud F en el bloque II, produciendo una tensión T_B, como se muestra en el esquema.





Si consideramos despreciable la fricción entre los bloques y la superficie, ¿Cuál es la relación entre las tensiones?

Respuesta:3/5.

10. Cuando no hay fuerzas resultantes sobre un objeto en movimiento, este llega al reposo debido a su inercia. ¿Verdadero o falso?

Respuesta: Falso.

6. Rotación de sólidos rígidos.

6.1 Concepto de centro de gravedad de un sólido rígido

En la mayoría de los problemas una de las fuerzas que actúa sobre un cuerpo es su peso. El peso no actúa en un solo punto, se distribuye en todo el cuerpo. No obstante, siempre se puede calcular la torca debido al peso del cuerpo, suponiendo que toda la fuerza de la gravedad (el peso) se concentra en un punto llamado **centro de gravedad**. La aceleración debida a la gravedad disminuye con la altura; sin embargo, si esta variación a lo largo de la dimensión vertical del cuerpo es despreciable, el centro de gravedad es idéntico al centro de masas (cm). El centro de masas representa el punto en el que suponemos que se concentra toda la masa del sistema para su estudio. Es el centro de simetría de distribución de un sistema de partículas.

La posición de un centro de masas de un sólido discreto viene dada por:

$$\vec{r}_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i.\vec{r_i}}{m_{total}} = \frac{m_1.\vec{r_1}+m_2.\vec{r_2}+ \ldots\ldots\ldots\ldots+m_n.\vec{r_n}}{m_1+m_2+ \ldots\ldots\ldots\ldots+m_n}$$

Donde:

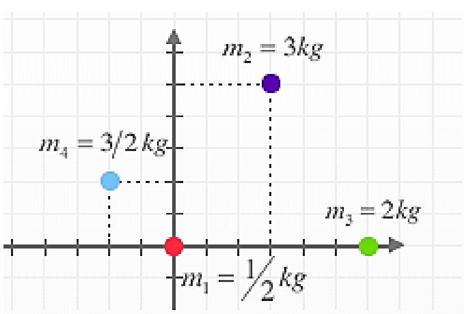
n : Número de partículas del sistema

r_{cm} , $\vec{r_i}$ Vector de posición del centro de masas y de cada una de las partículas que componen el sistema respecto al mismo sistema de referencia. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el metro (m)

$m_{total}, m_i.$: Masa total del cuerpo y de cada partícula respectiva que compone el sistema. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el kilogramo (kg)

Ejemplo

Encuentra el centro de masas de las partículas que aparecen en la figura. Se supone que el sistema es rígido y el sistema de referencia se encuentra expresado en metros.



Datos

- m_1 = 1/2 kg

- m_2 = 3 kg
- m_3 = 2 kg
- m_4 = 3/2 kg
- $\overrightarrow{r_1} = \overrightarrow{0}$ m
- $\overrightarrow{r_2}$=(3·$\vec{x}$+5·$\vec{y}$) m
- $\overrightarrow{r_3}$=(6·$\vec{x}$)m
- $\overrightarrow{r_4}$=(-2·$\vec{x}$+2·$\vec{y}$) m

Solución

Aplicando a nuestras 4 partículas, separando las coordenadas x e y nos queda:

$$x_{cm} = \frac{\frac{1}{2}.0+3.3+2.6+\frac{3}{2}.-2}{\frac{1}{2}+3+2+\frac{3}{2}} = \frac{18}{7}m$$

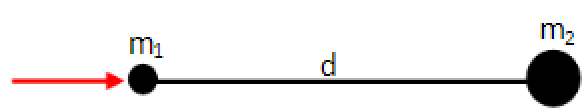
$$y_{cm} = \frac{\frac{1}{2}.0+3.5+2.0+\frac{3}{2}.2}{\frac{1}{2}+3+2+\frac{3}{2}} = \frac{18}{7}m$$

El vector de posición del centro de masas es:

$$\vec{r}_{cm} = (\frac{18}{7} \cdot \vec{x} + \frac{18}{7} \cdot \vec{y})\text{m}$$

Pregunta

Hallar la posición del centro de masa de dos cuerpos puntuales de masas m_1 y m_2 unidos por una varilla de masa despreciable de longitud d. Respuesta: $r_{cm} = \frac{m_2.d}{m_1+m_2}$



6.2 Concepto de torque, torca o momento de una fuerza.

La medida cuantitativa de la tendencia de una fuerza para provocar o modificar el movimiento de rotación de un cuerpo se llama torca, momento de fuerza o torque. Su módulo se obtiene por medio de la siguiente expresión:

$$M = F.r.\sin\alpha$$

donde:

M es el módulo del momento de una fuerza $\vec{F}$ que se aplica sobre un cuerpo. Su unidad en el S.I. es el newton metro (N m).

F es el módulo de dicha fuerza. Su unidad en el S.I. es el newton.

r es el módulo del vector de posición que une el centro o eje de giro con el punto origen de la fuerza aplicada. Su unidad en el S.I. es el metro.

α es el ángulo formado entre $\vec{F}$ y $\vec{r}$.

El momento de una fuerza se calcula como el producto vectorial entre la fuerza aplicada y el vector distancia que va desde el punto para el cual calculamos el momento (eje por el cual el cuerpo giraría) hasta el punto en dónde se aplica la fuerza.

$$\vec{M} = \vec{F} \times \vec{r}$$

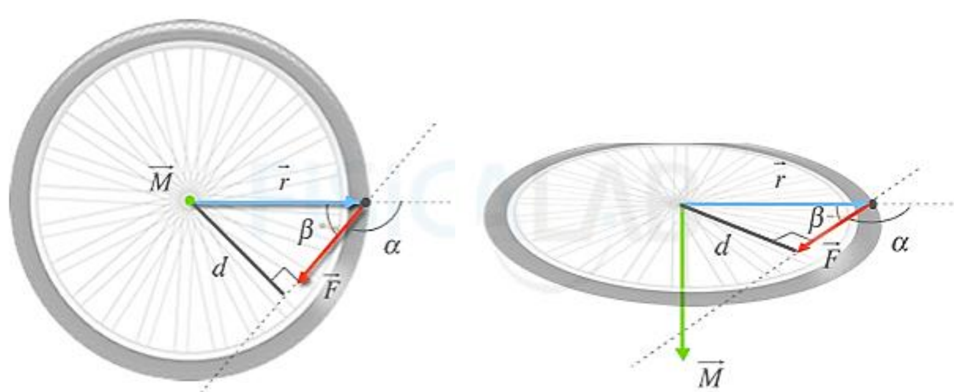
Donde:

M es el módulo del momento de una fuerza $\vec{F}$ que se aplica sobre un cuerpo. Su unidad en el S.I. es el newton metro (N m).

F es el módulo de dicha fuerza. Su unidad en el S.I. es el newton.

r es el módulo del vector de posición que une el centro o eje de giro con el punto origen de la fuerza aplicada. Su unidad en el S.I. es el metro.

Para hacerse una idea más clara, si la resultante de las fuerzas aplicadas sobre un cuerpo son las responsables de provocar los cambios en la velocidad con la que se traslada, el momento resultante de las fuerzas que sufre un cuerpo es el responsable de los cambios en la velocidad con la que rota.



En la figura se muestra la rueda delantera, vista desde dos perspectivas, de una bicicleta a la que le hemos dado la vuelta y la hemos apoyado sobre su manillar y sillín. Si le aplicamos una fuerza $\vec{F}$ hacia abajo a una distancia $\vec{r}$ del eje de giro se generará el momento de dicha fuerza, que como puedes comprobar, es perpendicular al plano que forman $\vec{F}$ y $\vec{r}$. Dicho momento provocará un cambio en la velocidad de rotación de la rueda.

Si observas atentamente la figura anterior puedes deducir que:

$$r \cdot sin\,\alpha \;=\; r \cdot cos\,\beta \;=\; d$$

Esto implica que el valor del momento M de una fuerza se puede igualmente calcular de otra forma.

El valor del momento M de una fuerza se puede obtener también como:

$$M = F \cdot d$$

donde:

M es el módulo del momento de una fuerza $\vec{F}$ que se aplica sobre un cuerpo. Su unidad en el S.I. es el newton por metro (N m).

F es el módulo de la fuerza que se aplica sobre el cuerpo. Su unidad en el S.I. es el newton.

d es la distancia entre el eje de giro y la recta sobre la que descansa la fuerza F. Su unidad en el S.I. es el metro.

El momento de una fuerza impulsa a los cuerpos a cambiar su velocidad de giro. Por esta razón, junto al módulo suele incluirse un signo que nos permite determinar si el impulso es para girar hacia un lado o hacia el otro. En concreto:

- Cuando el impulso para girar tiene el sentido de las agujas del reloj, el módulo del momento se acompaña de un signo negativo.
- Cuando el impulso para girar tiene el sentido contrario a las agujas del reloj, el módulo del momento se considera positivo.

Ejemplo

Determina el momento que produce una fuerza de 7,0 N tangente a una rueda de un metro de diámetro, sabiendo que el punto de aplicación es el mismo borde de dicha rueda provocando un impulso en el sentido de las agujas del reloj.

Datos

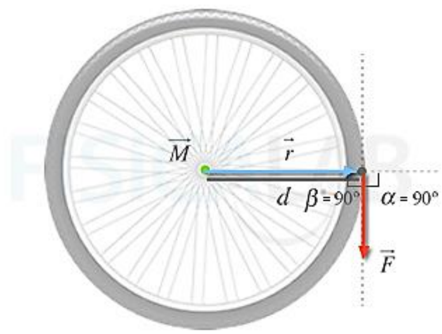
$F \;=\; 7{,}0$ N

$r \;=\; d \;=\; 1\ \mathrm{m}/\,2 \;=\; 0{,}5\ \mathrm{m}$

$\alpha = \beta = 90°$

Solución

Suponiendo que el centro de giro de la rueda está situado en el centro de la circunferencia, el esquema es el siguiente:



$M = F \cdot r \cdot \sin\alpha = F \cdot d$

$M = 7{,}0 \text{ N} \cdot 0{,}5 \text{ m}$

$M = 3{,}5 \text{ N m}$

Sin embargo, dado que la fuerza provoca un impulso de giro en el sentido de las agujas del reloj, se añade un signo negativo al momento:

$$M = -3{,}5 \text{ N m}$$

Pregunta

Dos niños A y B de 25 kg y 55 kg respectivamente se encuentran sentados sobre un balancín. El primero de ellos se encuentra a 150 cm del eje de giro y el segundo a 55 cm. ¿Cuál es el valor del momento que ejerce cada uno de ellos sobre el balancín? ¿En que se diferencian?

Respuestas: $M_A = 367$ N m ; $M_b = -269{,}5$ N m.

6.3 Condiciones de equilibrio para sólidos rígidos.

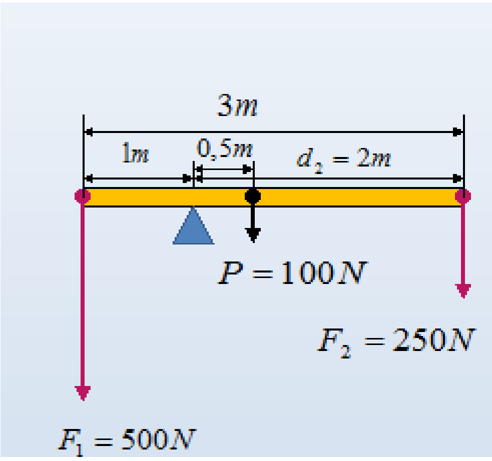
Son solo dos los principios claves del equilibrio de cuerpo rígidos: la suma vectorial de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo debe ser cero, y la suma de las torcas con respecto a cualquier punto debe ser cero. Si se limita el estudio a situaciones en las que las fuerzas actúan en un solo plano, que se llamará xy.De esta forma solo se considera las componentes z de las torcas (perpendiculares al plano). Entonces la primera y segunda condiciones de equilibrio son

$$1)\sum F_x = 0 \;\; y \sum F_x = 0 \quad (Primera\ condición\ de\ equilibrio\ de\ fuerzas\ en\ el\ plano\ xy)$$

$$2)\sum M_z = 0\ (Segunda\ condición\ de\ equilibrio, fuerzas\ en\ el\ plano\ xy)$$

Ejemplo

Determinar si la barra de la figura se encuentra en equilibrio.



Datos

$P = 100$ N

$F_1 = 500$ N

$F_2 = 250$ N

$r_1 = 1$ m

$r_2 = 2$ m

$r_p = 0{,}5$ m

Solución

Para que la barra se encuentre en equilibrio se debe cumplir que

$$M_r = 0$$

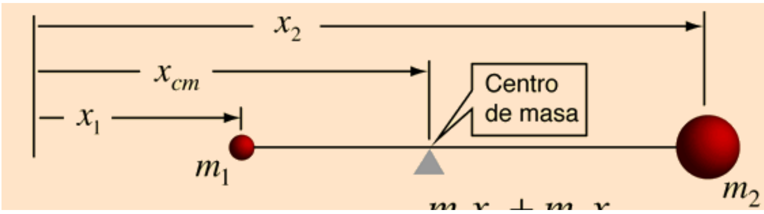
Se realiza el cálculo

$$M_r = 500\ \text{N}.1\ \text{m} - 250\ \text{N}.2\ \text{m} - 100\ \text{N}.0{,}5\ \text{m} = -50\ \text{N}$$

La barra no se encuentra en equilibrio

Ejercicios

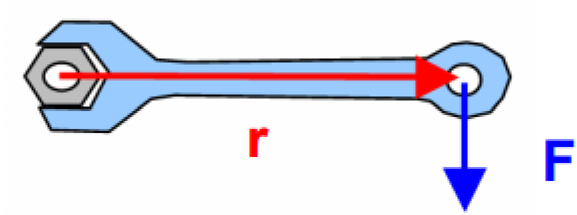
1. Buscar el centro de masa de la figura:



Respuesta: $\boldsymbol{r_{cm} = \frac{x_1.m_1+x_2.m_2}{m_1+m_2}}$

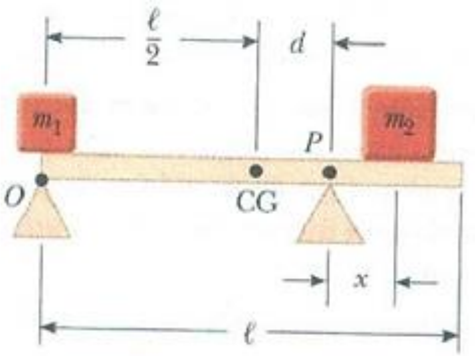
2. La masa de la Tierra es 81 veces la masa de la Luna y la distancia entre sus centros es de 384 000 km. Conociendo que el radio de la Tierra es de 6 400 km, ¿a qué distancia de la superficie de la Tierra se encuentra el centro de masas del sistema Tierra-Luna? **Respuesta**: 4683 km.
3. Un niño de 20 kg está en un extremo de un tablón que tiene 5 kg de masa y 12 m de longitud. En el otro extremo se sitúa un hombre de masa 80 kg. ¿En qué punto del tablón está situado el centro de masas del sistema? **Respuesta :** 9,43 m.
4. Se lanza verticalmente hacia arriba un cuerpo que, a cierta altura, se rompe en dos trozos de la misma masa por acción de una pequeña carga explosiva. Sabiendo que uno de los trozos cae a una distancia de 5,0 m del punto de lanzamiento, ¿a qué distancia caerá el otro trozo? **Respuesta:** A 5,0 m del punto de lanzamiento en sentido contrario.
5. Se coloca una tuerca con una llave como se muestra en la figura. Si el brazo r es igual

a 30 cm y el torque de apriete recomendado para la tuerca es de 30 N m, ¿cuál debe ser el valor de la fuerza F aplicada? **Respuesta:** 100 N

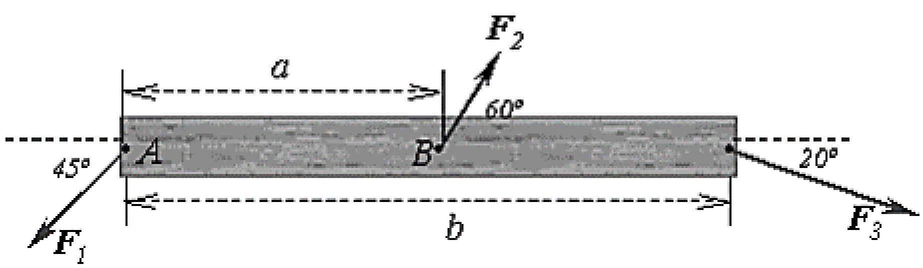


6. Una viga uniforme de longitud L sostiene bloques con masas m_1 y $m_2$en dos

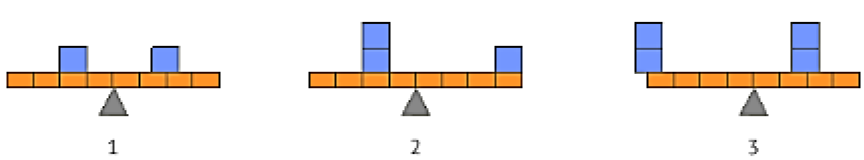
posiciones, como se ve en la figura. La viga se sustenta sobre dos apoyos puntuales. ¿Para qué valor de X (en metros) estará balanceada la viga en P tal que la fuerza de reacción en O es cero? **Respuesta:** 1,25 m.



7. Calcular el torque neto por los puntos A y por B en el sistema de la figura , donde $F1$ = 10 N, $F2 = 5{,}0$ N, $F3 = 15$ N, $a = 50$ cm, $b = 1{,}0$ m. **Respuesta:** 1,0 N m.



8. Determina el momento resultante de dos fuerzas paralelas y de sentido contrario de 30 N cada una aplicadas sobre los extremos de un volante de 25 cm de radio. **Respuesta:** 15 N. m
9. Determina el valor y la posición de la fuerza resultante de dos fuerzas paralelas de 20 N y 30 N aplicadas respectivamente sobre los extremos de una barra de 5 metros de longitud y masa despreciable, sabiendo que ambas fuerzas son paralelas y con sentido hacia arriba**.** **Respuestas:**50 N, 2,0 m y 3,0 m.
10. Indica hacia qué lado se moverá cada palanca, inicialmente en reposo, si cada cuadrado azul pesa *m* kilogramos (kg) y cada segmento mide *l* metros (m). (Datos: $g = 10$ m/s^2). **Respuestas:** derecha, derecha, izquierda**.**



7. Trabajo y Energía

7.1 Trabajo mecánico

Considere un cuerpo que experimente un desplazamiento de magnitud $\boldsymbol{s}$ en línea recta. (Por ahora, supondremos que todo cuerpo puede tratarse como una partícula y despreciaremos cualquier rotación o los cambios en la forma del cuerpo). Mientras el cuerpo se mueve, una fuerza constante $\vec{\boldsymbol{F}}$ actúa sobre él en la dirección del desplazamiento $\vec{\boldsymbol{s}}$**.** Definimos el trabajo $\boldsymbol{W}$ realizado por esta fuerza constante en dichas condiciones como el producto de la magnitud $\boldsymbol{F}$ de la fuerza por la magnitud $\boldsymbol{s}$ del desplazamiento:

$$W = Fs\ (Fuerza\ constante\ en\ dirección\ del\ desplazamiento\ rectilíneo)$$

La unidad del trabajo en el SI es el Joule (que se abrevia J). En el SI la unidad de fuerza es el Newton y la unidad de distancia es el metro, así que un 1 joule equivale a un newton-metro.

7.1.1 Trabajo realizado por una fuerza constante

Definimos el trabajo realizado por una fuerza constante que actúa sobre un cuerpo que se mueve con movimiento rectilíneo como el producto escalar de la fuerza por el desplazamiento:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta r \cdot cos\phi = F \cdot \Delta s \cdot cos\phi$$

Donde:

W es el trabajo realizado por la fuerza. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el Joule (J).
F es una fuerza constante. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el Newton (N).
$\Delta\vec{r}$ es el vector desplazamiento del cuerpo. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el metro.
Δs es el espacio recorrido por el cuerpo. Dado que el movimiento es rectilíneo, coincide con el módulo del vector desplazamiento $\Delta\vec{r}$ .Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el metro.
ϕ es el ángulo que forman las fuerza y el desplazamiento experimentado por el cuerpo. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el radián (rad).
Observa como coinciden, por tratarse de un movimiento rectilíneo, el módulo del vector desplazamiento Δr y el espacio recorrido Δs .

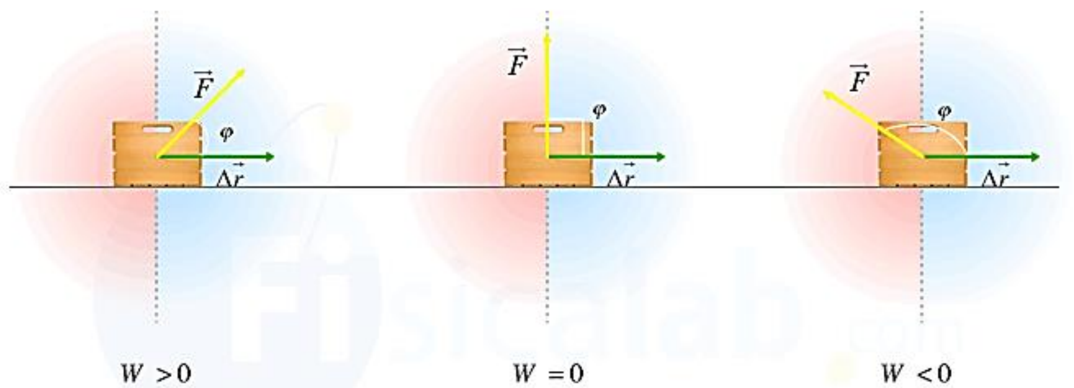
Signo del Trabajo

Según el ángulo que forman la fuerza y el desplazamiento podemos distinguir los siguientes casos:

$\phi < 90°$: Trabajo positivo o trabajo motor ($W > 0$). Por ejemplo, el trabajo realizado por un caballo que tira de un carruaje

$\phi > 90°$: Trabajo negativo o trabajo resistente ($W < 0$). Por ejemplo, la fuerza de rozamiento

$\phi = 90°$: Trabajo nulo ($W = 0$). Por ejemplo, el trabajo realizado por tu fuerza peso cuando te desplazas en coche.



Ejemplo

Calcular el trabajo realizado al levantar un objeto de 150 N con una altura de 4,0 m.

Solución.

Si la fuerza es de 150 N y la distancia de 4,0 m (medido desde el suelo hasta la parte final el objeto), el trabajo realizado es

$$W = F.d$$

$$W = (150 \text{ N})(4{,}0 \text{ m})$$

$$W = 600 \text{ J}$$

7.2 Energía mecánica

La energía mecánica de un cuerpo es la capacidad que tiene de realizar un trabajo mecánico, es decir, de producir un movimiento. En un cuerpo existen fundamentalmente dos tipos de energía que pueden influir en su estado de reposo o movimiento: la energía cinética y la potencial.

Llamamos energía mecánica de un cuerpo a la suma de la energía cinética Ec y potencial Ep que posee:

$$Em = Ec + Ep$$

Es importante señalar que la energía potencial, de modo general, cuenta con distintas contribuciones.

7.3 Relación entre el trabajo y la energía.

El teorema de la energía cinética establece que la variación de energía cinética ΔEc entre dos puntos (la cual se traduce en una variación de su velocidad) que sufre un cuerpo es igual al trabajo realizado por la fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo entre los puntos inicial y final.

$$W = \Delta Ec$$

Por otro lado, en el caso de fuerzas conservativas, dicho trabajo coincide con la variación de energía potencial cambiada de signo.

$$W = -\Delta Ep$$

De lo anterior, y teniendo en cuenta que en ambos casos nos referimos al mismo trabajo, podemos escribir:

$$\Delta Ec = -\Delta Ep \Rightarrow \Delta Ec + \Delta Ep = 0 \Rightarrow \Delta(Ec + Ep) = 0$$

$$\Delta Em = 0$$

Por tanto, la energía mecánica no cambia, permanece constante.

7.4 Energía cinética

Cuando un cuerpo se mueve, tiene la capacidad de transformar su entorno. Esta capacidad de producir transformaciones constituye en Física el concepto de energía. Por ejemplo, cuando un cuerpo en movimiento choca con otro, se modifica el estado de reposo o movimiento de ambos. Por ello decimos que el primer cuerpo tenía energía: tenía la capacidad de producir transformaciones. A esta energía debida al movimiento se le denomina energía cinética.

Definimos la energía cinética como aquella que posee un cuerpo por el hecho de moverse. Su valor viene dado por:

$$Ec = \frac{1}{2}.m.v^2$$

Donde:

Ec: Es la energía cinética del cuerpo en movimiento. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el Joule (J)

m: Masa del cuerpo en movimiento. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el kilogramo (kg)

v: Valor de la velocidad del cuerpo en movimiento. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el metro por segundo (m/s)

Ejemplo

Calcula la energía cinética de un conjunto de dos partículas que cuentan con $m1$ = 4,0 kg y $m2$ = 5,0 kg sabiendo que sus velocidades son de $v1$ = 10,0 $\mathrm{m/s}$ y $v2$ = 8,0 $\mathrm{m/s}$ y sentido contrario.

Solución

$$Ec = Ec1 + Ec2 = \frac{1}{2} \cdot m1 \cdot {v_1}^2 + \frac{1}{2} \cdot m2 \cdot {v_2}^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10^2 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 8^2 = 360 \text{ J}$$

Pregunta

Determina la velocidad a la que se lanza un cuerpo de 15 kg, arrastrándolo por el suelo, sabiendo que recorre 3 m antes de detenerse. Dato: $\mu = 0{,}2$. Respuesta: 3,43 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

7.5 Energía potencial gravitatoria.

Definimos la energía potencial gravitatoria como la energía que posee un cuerpo por el hecho de encontrarse bajo la acción de la gravedad. Su valor, para el caso de alturas pequeñas sobre la superficie terrestre, viene dado por:

$$Ep = m \cdot g \cdot h$$

Donde:

Ep: Es la energía potencial del cuerpo. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el Joule (J)

m: Masa del cuerpo. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el kilogramo (kg)

g: Valor de la aceleración que provoca la gravedad. Su unidad de medida en el SIstema Internacional es el metro por segundo al cuadrado (m/s^2)

h: Altura a la que se encuentra el cuerpo. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el metro (m)

La fórmula anterior es un caso particular que sólo es válida cuando nos encontramos a poca altura sobre la superficie de la Tierra, ya que, en otro caso, el valor de g varía. En niveles posteriores veremos la expresión general para la energía potencial gravitatoria.

Ejemplo

Determina el trabajo realizado por la fuerza peso cuando elevamos 3,0 m un cuerpo de 6,0 kg en los siguientes casos:

a) Verticalmente.

b) Por una rampa con 45° de pendiente.

Datos

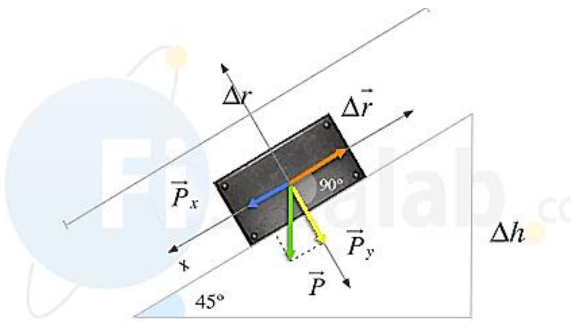
Masa del cuerpo: $m = 6{,}0$ kg

Altura de elevación: $h = 3{,}0$ m

Solución

a) $W = \vec{P} \cdot \Delta\vec{r} = m \cdot g \cdot \Delta h \cdot cos(\pi) = -6 \cdot 9.8 \cdot 3 = -176.4$ J

b)



Por tanto $\alpha = 45° + 90° = \pi/4 + \pi/2\ rad$

y el valor del desplazamiento $\Delta r = \Delta h/sin(\pi/4) = 32\sqrt{2} = 4.24$ m

$$W = \vec{P} \cdot \Delta\vec{r} = m \cdot g \cdot \Delta r \cdot cos(3\pi/4) = 6 \cdot 9.8 \cdot 4.24 \cdot (-0.707) \cong -176.4 \text{ J}$$

Pregunta

Suponiendo que dispones de una máquina para mover objetos, capaz de aplicar una fuerza constante de 100 N a una caja cargada de libros, calcula:

El ángulo que forma la fuerza aplicada por la máquina con el desplazamiento, al desplazar la caja 5,0 metros en sentido horizontal sabiendo que el trabajo desarrollado por la máquina fue de 250 J.**Respuesta :** $\frac{\pi}{3}$ rad.

7.6 Energía potencial elástica

Definimos la energía potencial elástica como aquella que adquieren los cuerpos sometidos a la acción de fuerzas elásticas o recuperadoras. En el caso de un cuerpo unido a un muelle su valor viene dado por:

$$Ep = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$$

Donde:

Ep: Es la energía potencial del cuerpo. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el Joule (J)

k: Constante elástica del muelle. Depende el propio muelle en sí, cuanto mayor es su valor, más trabajo cuesta estirar el muelle. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es Newton por metro $(\mathrm{N/m})$

x: Distancia hasta la posición de equilibrio. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el metro (m)

Observa como x es la distancia a la posición de equilibrio. Presta mucha atención en los problemas a dónde se sitúa el origen de coordenadas para distinguir claramente la posición inicial x_i del muelle, la posición final x_f, su posición de equilibrio x_0 y la distancia a la posición de equilibrio x.

Podemos hallar el trabajo realizado por la fuerza elástica o restauradora a través de su relación con la energía potencial elástica.

El trabajo realizado por las fuerzas elásticas es igual a la variación negativa de la energía potencial

$$W_{elástica} = -\Delta Ep$$

Ejemplo

Un muelle de constante $K = 3{,}0\ \mathrm{N\ m^{-1}}$ y de posición de equilibrio $x_0 = 3{,}5\ \mathrm{cm}$ es comprimido desde los $2{,}5\ \mathrm{cm}$ a los $1{,}5\ \mathrm{cm}$. Determina:

La diferencia de energía potencial entre los dos puntos.

Datos

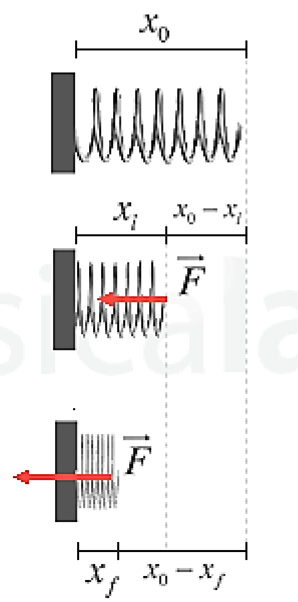
Constante elástica $K = 3{,}0\ \mathrm{N\ m^{-1}}$

Posición de equilibrio del muelle $x0 = 3{,}5\ \mathrm{cm} = 3{,}5 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}$

Posición inicial del muelle $xi = 2{,}5\ \mathrm{cm} = 2{,}5 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}$

Posición final del muelle $xf = 1{,}5\ \mathrm{cm} = 1{,}5 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}$

Solución



La energía potencial elástica en el punto inicial Ep_i

$$Ep_i = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (x_0 - x_i)^2 = \frac{3}{2} \cdot (1 \cdot 10 - 2)^2 = 1.5 \cdot 10^{-4}\mathrm{J}$$

La energía potencial elástica en el punto inicial Ep_i

$$Ep_f = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (x_0 - x_i)^2 = \frac{3}{2} \cdot (2 \cdot 10 - 2)^2 = 6 \cdot 10^{-4}\mathrm{J}$$

Por último, la diferencia de energía potencial elástica

$\Delta E_p = Ep_f - Ep_i = 6 \cdot 10^{-4}\mathrm{J} - 1.5 \cdot 10^{-4}\mathrm{J}{=}4.5 \cdot 10^{-4}\mathrm{J}$

Pregunta

Sobre una plataforma situada sobre un muelle vertical de $K = 9{,}0\ \mathrm{N/cm}$ se sitúa una caja de $0{,}50$ kg. Una vez que se alcanza el equilibrio mecánico, calcula el trabajo necesario para bajar dos centímetros más la caja. **Respuesta:** 0,013 J.

7.7 Potencia

Se define la potencia como la rapidez con la que se realiza un trabajo. Su expresión viene dada por:

$$P = \frac{W}{t}$$

Donde:

P: Potencia desarrollada por la fuerza que realiza el trabajo. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el Watts (W)

W: Trabajo. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el Joule (J)

t: Tiempo durante el cual se desarrolla el trabajo. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el segundo (s).

Ejemplo

Determina la potencia que necesita una grúa para elevar un coche de dos toneladas hasta una altura de 25 metros en medio minuto.

Solución

$$F = P = m \cdot g;$$

$$W = F \cdot \Delta h \cdot cos(0) = 20\,000 \cdot 25 = 500\,000 \text{ J};$$

$$P = Wt = \frac{50 \cdot 10^4}{30} = 1.6 \cdot 10^4 \text{W}$$

Pregunta

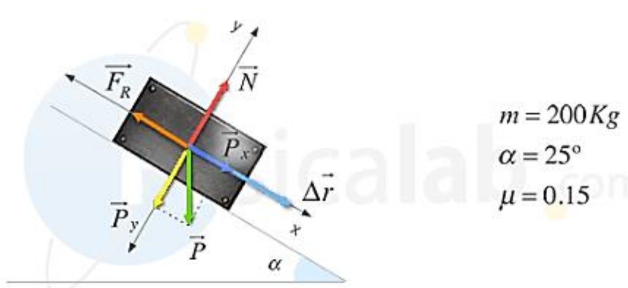
Un automóvil circula por la carretera a una velocidad constante de 120 Km/h. Sabiendo que la fuerza de rozamiento con la carretera es de 200 N y la fricción con el aire supone 820 N, ¿Qué potencia debe desarrollar el automóvil para poder mantener la velocidad constante?

Respuesta: 33 966 W.

Ejercicios.

1. Suponiendo que dispones de una máquina para mover objetos que es capaz de aplicar una fuerza constante de 100 N a una caja cargada de libros, calcula:
   a) El trabajo máximo capaz de desarrollar dicha máquina cuando desplaza la caja 5,0 metros en sentido horizontal.

   Respuesta: 500 J
2. Calcula el trabajo total realizado por las fuerzas de la figura cuando el cuerpo recorre un espacio de 2,0 metros. **Respuesta:** $1124{,}9$ J



3. Una compañía eléctrica nos cobra el kilo Watts hora (kWh) a 0,08 centavos. ¿Cuánto nos cobrará por dejar durante 12 horas encendida la lámpara de nuestra habitación, si esta cuenta con $100\ \mathrm{W}$ de potencia? ¿En qué porcentaje reduciríamos nuestro consumo con una bombilla de bajo consumo de $25\ \mathrm{W}$?. **Respuesta:** 75%**.**

4. Una bala impacta contra un panel de corcho a $350\ \mathrm{m/s}$ y tras atravesar sus $4{,}0\ \mathrm{cm}$ de grosor la bala sale a $40\ \mathrm{m/s}$. Determina la fuerza que la pared opone al paso de la bala.

Dato: masa de la bala: $75\ \mathrm{g}$**. Respuesta**: 1 133 437,5 N.

5. Determina la altura máxima a la que llega un cuerpo de $5\ \mathrm{kg}$ situado inicialmente sobre el suelo, sabiendo que es empujado verticalmente por una fuerza que realiza un trabajo de 5,0 kJ. **Respuesta:** $102{,}04\ \mathrm{m}$.

6. Determina el trabajo realizado por la fuerza peso sobre un objeto de 3,0 kg cuando su altura pasa de 6,0 m a 2,0 m. **Respuesta:** $117{,}6\ \mathrm{J}$

7. Determina la altura máxima que alcanzará un cuerpo que es lanzado verticalmente a 9,0 $\mathrm{m/s}$. Utiliza el Principio de Conservación de la Energía para resolver el problema. **Respuestas:** $4{,}13\ \mathrm{m/s}$.

8. Un muelle está fijo sobre una superficie lisa. Una bola de $100\ \mathrm{g}$ se comprime contra el muelle, haciéndolo retroceder 6 cm. La constante recuperadora del muelle es k es $200\ \mathrm{N/m}$. Si ahora soltamos, el muelle salta, empuja a la bola y regresa a su posición inicial. ¿A qué velocidad abandonará la bola el contacto con el muelle? **Respuesta:** $2{,}68\ \mathrm{m/s}$**.**

9. Entre un ciclista y su bicicleta pesan $75\ \mathrm{kg}$. Hallar la energía cinética que posee el conjunto ciclista-máquina cuando el ciclista pedalea a una velocidad de $25\ \mathrm{km/h}$. Calcular el aumento de su energía potencial cuando, desde un recorrido en llano, sube una rampa de $200\ \mathrm{m}$ de desnivel. **Respuesta:** $145{,}2\ \mathrm{J}$.

10. Un guepardo de 50 kg corre tres una gacela a $100\ \mathrm{km/h}$. ¿Cuál es su energía cinética? **Respuesta**: $19290{,}12\ \mathrm{J}$

8. Impulso

8.1 Momento lineal

La cantidad de movimiento o momento lineal es una magnitud vectorial que relaciona la masa y velocidad de un cuerpo de la siguiente forma:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Donde:

$\overrightarrow{p}$: Es el momento lineal. Su unidad de medida en el Sistema Internacional (S.I.) es el kg $\mathrm{m/s}$.

m : Es la masa del cuerpo. Su unidad de medida en el S.I. es el kilogramo (kg)

$\vec{v}$: Es la velocidad del cuerpo. Su unidad de medida en el S.I. es el metro por segundo ($\mathrm{m/s}$)

Observa que el nombre cantidad de movimiento no resulta casual. Si te fijas, el carrito con el frigorífico, con más artículos o con tu hermana subida en él "lleva" más cantidad de movimiento debido a su mayor masa y eso hace que pararlo resulte más costoso.

Ejemplo:

En un instante de tiempo dado, un cohete posee una velocidad $\vec{v} = (12{,}0\,\vec{x} - 7{,}0\,\vec{y})\ \mathrm{m/s}$. Sabiendo que su masa es de 2,0 kg. ¿Cuál es su cantidad de movimiento en ese instante?

Datos

$\vec{v} = (12{,}0\,\vec{x} - 7{,}0\,\vec{y}\ )\mathrm{m/s}$

$m = 2$ kg

Solución

$\vec{p} = m \cdot \overrightarrow{v} \Rightarrow \vec{p} = 2\ \mathrm{kg} \cdot (12{,}0\,\vec{x} - 7{,}0\,\vec{y})\ \mathrm{m/s} \Rightarrow \vec{p} = (24\,\vec{x} - 14\,\vec{y})\ \mathrm{N \cdot s}$

8.2 Relación entre impulso y cantidad de momento lineal

El impulso es el producto entre una fuerza y el tiempo durante el cual está aplicada. Es una magnitud vectorial. Se representa mediante la siguiente expresión:

$$I = F.\Delta t$$

Donde:

$I = Impulso$ (kg $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$)

$F = Fuerza$ (N)

$\Delta t = Intervalo\ de\ tiempo$ (s)

Unidad de impulso

El impulso se mide en kg $\mathrm{m/s}$, una unidad equivalente a N s.

Relación entre impulso y la cantidad de movimiento.

El impulso aplicado a un cuerpo es igual a la variación de la cantidad de movimiento, por lo tanto, el impulso también puede calcularse como:

$$I = \Delta p$$

Donde:

I = Impulso (kg $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$)

Δp = Variación de la cantidad de movimiento (kg $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$)

Dado que el impulso es igual a la fuerza por el tiempo, una fuerza aplicada durante un tiempo provoca una determinada variación en la cantidad de movimiento, independientemente de la masa:

$$F.\Delta t = \Delta p$$

Donde:

F = Fuerza (N)

Δt = Intervalo de tiempo (s)

Δp = Variación de la cantidad de movimiento (kg $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$)

Ejemplo

Un cuerpo de masa igual a 1,0 kg en un momento dado tiene una velocidad de 5,0 m / s, cuando una fuerza de 5,0 N en la misma dirección y dirección de velocidad comienza a actuar sobre él durante 4,0 s. Determine el valor de la velocidad del cuerpo al final de 4,0 s.

Datos

$m = 1{,}0\ \mathrm{kg}$

$F = 5{,}0\ \mathrm{N}$

$v_0 = 5{,}0\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

$\Delta t = 4{,}0\ \mathrm{s}$

Solución

$F.\Delta t = mv_f - mv_0$

$5\ \mathrm{N}.4\ \mathrm{s} = 1\ \mathrm{kg}.v_f - 1\ \mathrm{kg}.5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

$v_f = 25\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Pregunta

Una pelota de tenis de 60 g de masa lleva una velocidad de $30\ \mathrm{m/s}$. Al ser golpeada por Rafa Nadal con su raqueta, se mueve en sentido contrario con una velocidad de $30\ \mathrm{m/s}$. Calcular el impulso**. Respuesta:** $3{,}6\ \mathrm{N.s}$.

8.3 Principio de conservación de movimiento lineal

Los principios de conservación son las leyes fundamentales de la Física y son claves para entender muchos fenómenos que se dan en nuestro día a día. En concreto, el principio de conservación del momento lineal es una consecuencia del Principio de Acción Reacción o Tercera Ley de Newton.

El principio de conservación del momento lineal, también conocido como principio de conservación de la cantidad de movimiento, establece que, si la resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo o sistema es nula, su momento lineal permanece constante en el tiempo.

$$\sum\vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{p} = constante$$

Ejemplo

En una competición de tiro al plato, un concursante dispara a un plato con un rifle de $2{,}5$ kg. Sabiendo que la bala tiene 23 g y sale horizontalmente a una velocidad de $350\ \mathrm{m/s}$, ¿Cuál es el retroceso que sufre el rifle?

Datos

Masa del rifle

$\boldsymbol{m_r} = 2{,}5\ \mathrm{kg}$

Masa de la bala

$\boldsymbol{m_b} = 0{,}023\ \mathrm{kg}$

Velocidad rifle antes disparo

$\overrightarrow{\boldsymbol{v_{\imath r}}} = \vec{0}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Velocidad de la bala antes disparo

$\overrightarrow{\boldsymbol{v_{\imath b}}} = \vec{0}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

velocidad de la bala después disparo

$\overrightarrow{\boldsymbol{v_{fb}}} = 350\,\frac{m}{s}\,\vec{x}$

Solución

Momento inicial

$$\overrightarrow{p_\iota} \ = \ \overrightarrow{p_{\iota b}} + \overrightarrow{p_{\iota r}} \ = m_b \cdot \overrightarrow{v_{\iota b}} + m_r \cdot \overrightarrow{v_{\iota r}} \ = 23x10^{-3} \cdot 0 \ + 2{,}5 \ \cdot 0 \ = \ 0 \text{ kg} \ \cdot \ \text{m/s}$$

Momento final

$$\overrightarrow{p_f} \ = \ \overrightarrow{p_{fb}} + \overrightarrow{p_{fr}} \ = m_b \cdot \overrightarrow{v_{fb}} + m_r \cdot \overrightarrow{v_{fr}} \ = 23x10^{-3} \cdot 350 \, \vec{x} \ + 2{,}5 \ \cdot \ \overrightarrow{v_{fr}}$$

Igualación de ambos momentos

$\overrightarrow{p_\iota} \ = \ \overrightarrow{p_f}$

$0 \text{ kg} \ \cdot \dfrac{\text{m}}{\text{s}} = \ 23x10^{-3} \cdot 350 \, \vec{x} \ + 2{,}5 \ \cdot \ \overrightarrow{v_{fr}}$

$\overrightarrow{v_{fr}} = -3{,}22 \, \vec{x} \text{ m/s}$

Pregunta

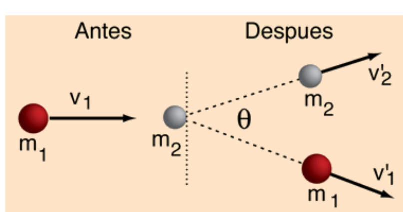
Una bola de 3,0 kg se mueve hacia la izquierda con una velocidad de 6,0 m/s. Choca con una bola de 5,0 kg que se mueve hacia la derecha a una velocidad de 2,0 m/s. Después del choque la segunda bola sale despedida hacia la izquierda con una velocidad de 3,0 m/s. Calcula la velocidad de la primera bola después de chocar.

Respuesta:

$\overrightarrow{v_{f1}} = \dfrac{7}{3} \, \vec{x} \text{ m/s}$

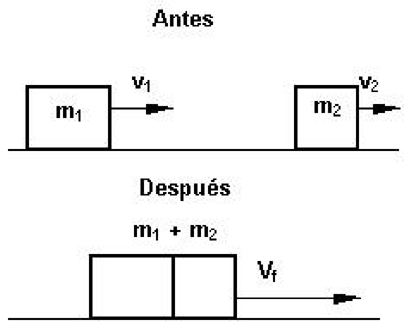
8.4 Colisiones elásticas e inelásticas en una y dos dimensiones.

Una colisión elástica perfecta, se define como aquella en la que no hay pérdida de energía cinética en la colisión. Una colisión inelástica es aquella en la cual, parte de la energía cinética se cambia en alguna otra forma de energía en la colisión. Cualquier colisión macroscópica entre objetos, convertirá algo de la energía cinética en energía interna y otras formas de energía, de modo que los impactos a gran escala no son perfectamente elásticos. En las colisiones inelásticas se conserva el momento, pero uno no puede rastrear la energía cinética en la colisión, ya que parte de ella se convierte en otras formas de energía. Las colisiones entre esferas duras pueden ser casi elástica, por lo que resulta útil para calcular el caso límite de una colisión elástica. Considerando la conservación del momento, así como la conservación de la energía cinética, se hace posible el cálculo de las velocidades finales de los dos cuerpos de la colisión.



Ejemplo

Un cuerpo de masa $m = 4{,}0\ \mathrm{kg}$ se mueve según una recta con velocidad de $6{,}0\ \mathrm{m/s}$. Delante de él, marcha otro de $6{,}0\ \mathrm{kg}$, con velocidad de $3{,}0\ \mathrm{m/s}$, en el mismo sentido. siendo el choque plástico Determinar:



1) la velocidad de ambos después del choque.

2) La energía cinética perdida en el choque.

Solución

1) $\Delta\vec{P} = \overrightarrow{p_f} - \overrightarrow{p_i}$

$(m_1 + m_2)v_f = m_1.v_1 + m_2.v_2$

$v_f = \dfrac{4x6 + 6x3}{4+6} = 4{,}2\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

2) Para calcular la energía perdida por el impacto solo tenemos que calcular la energía de cada cuerpo antes del impacto y compararla con la energía del conjunto luego del impacto.

$\Delta E = \overrightarrow{E_f} - \overrightarrow{E_i}$

$\dfrac{1}{2}(m_1 + m_2){v_f}^2 - \dfrac{1}{2}m_1.{v_1}^2 - \dfrac{1}{2}m_2.{v_2}^2$

$\dfrac{1}{2}(4+6)4{,}2^2 - \dfrac{1}{2}4x6^2 - \dfrac{1}{2}6x3^2$

$\Delta E = -10{,}8\ \mathrm{J}$

Pregunta

Una esfera de $2{,}0\ \mathrm{kg}$ se mueve hacia la derecha a una velocidad de $5{,}0\ \mathrm{m/s}$ y choca contra otra de $3{,}0\ \mathrm{kg}$ que se mueve a $2{,}0\ \mathrm{m/s}$ en igual dirección y sentido. Después del choque la esfera de $3{,}0\ \mathrm{kg}$ se mueve a $4{,}2\ \mathrm{m/s}$. Determinar la velocidad de la otra esfera después del choque. **Respuesta:** $\mathbf{1{,}7\ m/s}$

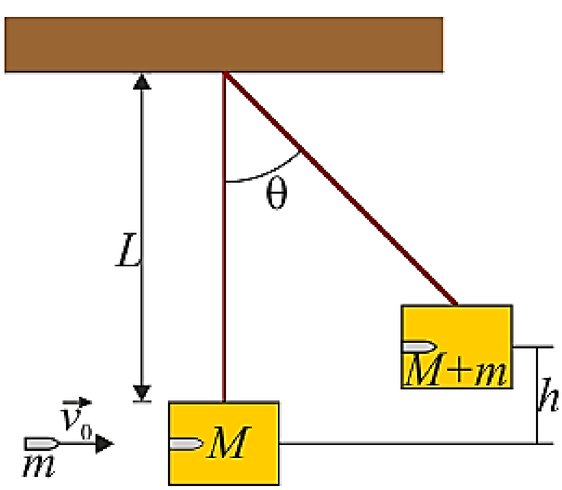
Ejercicios

1. Alicia ha tenido un accidente de tráfico cuando circulaba a 90 $\mathrm{km/h}$. Gracias a que llevaba el cinturón de seguridad se ha salvado. ¿Sabrías decir qué fuerza media ha ejercido este si el impacto duró 0,05 s y Alicia pesa 55 kg?. **Respuesta:** -27500 N.
2. Un cuerpo de 10 kg que se mueve a una velocidad de $\overrightarrow{v_i} = (\vec{x} + \vec{y}\,)\mathrm{m/s}$ explota y se rompe en 3 trozos. El primer trozo, de 3 kg sale a una velocidad de $\overrightarrow{v_1} = (\frac{1}{2}\vec{x} + 2\vec{y}\,)\mathrm{m/s}$, el segundo, de 5,0 kg sale a una velocidad $\overrightarrow{v_2} = (2\vec{x} + \frac{1}{2}\vec{y}\,)\mathrm{m/s}$. ¿Con qué velocidad sale el tercer trozo? **Respuesta:** $\overrightarrow{v_3} = (-0{,}75\vec{x} + 0{,}75\vec{y}\,)\mathrm{m/s}$
3. Una pelota de goma de 50 g es golpeada por una paleta de playa. La velocidad de la pelota antes del golpe es de $\overrightarrow{v_i} = (20\vec{x} - 20\vec{y}\,)\mathrm{m/s}$, y después del golpe pasa a ser $\overrightarrow{v_f} = (15\vec{x} + 20\vec{y}\,)\mathrm{m/s}$.

Determina el impulso de la fuerza que ejerce la paleta sobre la pelota y el valor de dicha fuerza, supuesta constante, si están en contacto 0,05 s. **Respuesta:** $\vec{I} = (700\vec{x} + 800\vec{y}\,)$N

4. Un péndulo balístico, es un objeto utilizado para medir la velocidad de la bala midiendo el ángulo que imprime esta al colisionar con el péndulo.

Observemos la siguiente imagen, la bala es disparada hacia el bloque que inicialmente se encuentra en reposo, luego de la colisión todo el sistema se mueve un determinado ángulo en dirección del impacto, después del choque tanto la bala como el bloque se mueven a la misma velocidad, dado que esta queda en el interior del bloque, si suponemos que no hubo perdida de energía en factores externos (color, deformaciones, etc.), podemos considerar que es un choque perfectamente inelástico.



Una bala de 10 gramos choca contra un péndulo balístico de 2,0 kilogramos, en la primera oscilación el péndulo se eleva 16,0 cm.

Calcular la velocidad de la bala antes del impacto. **Respuesta:** 356 $\mathrm{m/s}$.

5. Una bola de billar que se mueve a 5,0 m/s golpea a otra bola de la misma masa que está en reposo. Después de la colisión, la primera bola se mueve a 4,33 m/s con un ángulo de 30º con respecto a la línea original del movimiento. Si suponemos que la colisión es elástica, ¿cuál es la velocidad de la otra bola después del choque? **Respuesta: 2,5 $\mathbf{m/s}$**
6. En un saque, el Chino Ríos golpea su pelota (la de tenis) de 50,0 g con la raqueta, proporcionándole una fuerza impulsiva. Suponiendo que la pelota sale de la raqueta en un ángulo de 2,5° y recorre 10 m para llegar a la misma altura en el otro sector de la cancha, calcular: a) el impulso, b) la duración del golpe si la deformación de la pelota por el golpe fue de 1 cm, c) la fuerza media sobre la pelota**. Respuestas: $\mathbf{33,9\ m/s}$, 57460, 5 $\mathbf{m/s^2}$, 2881,5 N.**
7. Una pelota de 100 g que se deja caer desde una altura h = 2 m, rebota verticalmente después de golpear el suelo hasta ¾h a) Calcular el momento de la pelota antes y después de golpear el suelo, b) si la duración del golpe fue de 0,01 s, calcular la fuerza media ejercida por el piso sobre la pelota. **Respuestas**:$-0{,}63\ \mathrm{kg.}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}, 0{,}54\ \mathrm{kg.}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}, 118\ \vec{y}$ N.
8. Una bola de palitroque de 5,0 kg se mueve en línea recta a 3,0 $\mathrm{m/s}$.¿Qué tan rápido debe moverse una bola de ping-pong de 2,5 g en una línea recta, de manera que las dos bolas tengan el mismo momento? **Respuesta**: 6 000 $\mathrm{m/s}$.
9. Una ametralladora dispara balas de 35 g a una velocidad de 750 m/s. Si el arma puede disparar 200 $balas/min$, ¿Cuál es la fuerza promedio que el tirador debe ejercer para evitar que la ametralladora se mueva? **Respuesta**: 87,5 N.
10. Un meteorito de 2 000 kg tiene una velocidad de 120 $\mathrm{m/s}$ justo antes de chocar de frente con la Tierra. Determine la velocidad de retroceso de la Tierra. **Respuesta**: $4\mathrm{x}10^{-20}$ $\mathrm{m/s}$.

9. Bibliografía

- Bechara, B., & Mauricio, B. (1995). *Física 10.* Colombia: Santillana.
- Flores, E., Moreno, J., & Rosales, N. (2005). *Ciencias Físicas o Filosofía de la Naturaleza.* Panamá: Articsa.
- Pérez Montiel, H. (2016). *Física 1 Serie integral por competencias.* Tlihuaca, México: Grupo Editorial Patria.
- Pérez, O., & Weigandt, P. (marzo de 2013). Módulo instruccional de física. David, Chiriquí, Panamá: UNACHI.
- Serway, R., & Faughn, J. (2005). *Física.* Mexico: Thomson.
- Wilson, J., Buffa, A., & Lou, B. (2011). *Física 10.* México: Pearson Educación.
- Young, H., & Freedman, R. (2009). *Física Universitaria.* México: Pearson Educación.